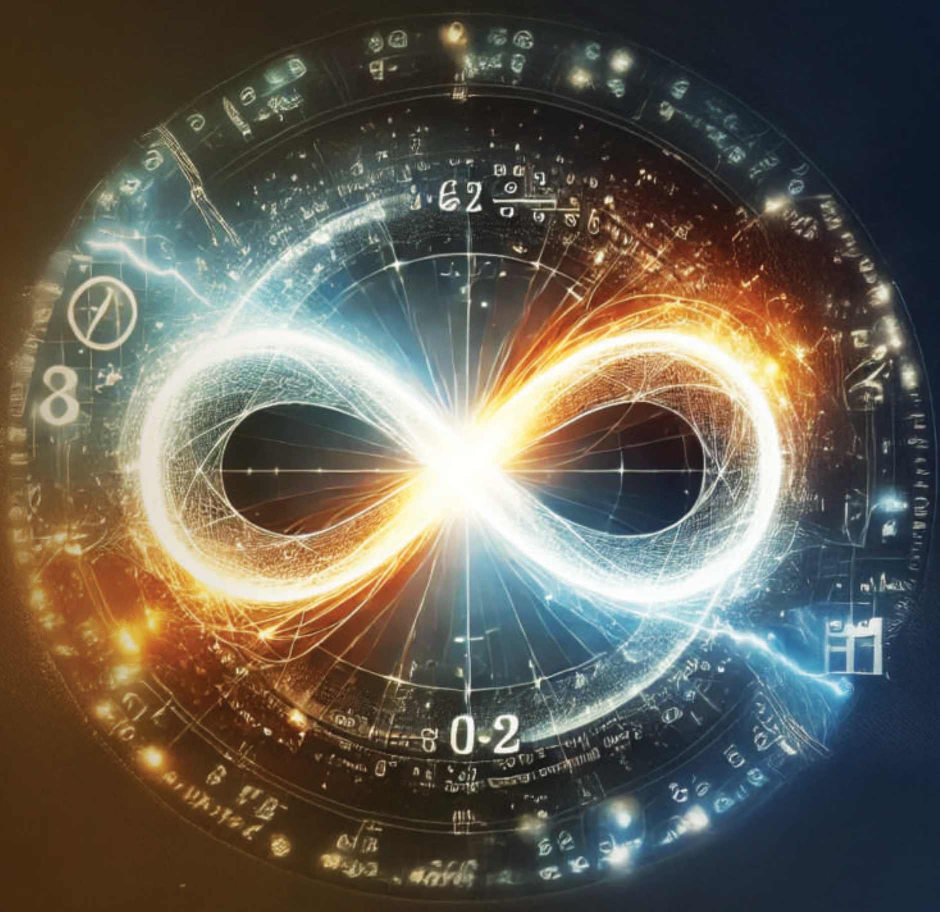
PHYSICS WALLAH

लक्ष्य
JEE

कक्षा - XII

- सारणिक
- आव्यूह
- संबंध एवं फलन
- प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन
- सीमा, सांतत्य और अवकलनीयता



गणित
Module 1

अध्याय

1 सारणिक

परिचय

सारणिक क्या है?

आइए, निम्न तीन चर समीकरणों पर विचार करते हैं,

$$a_1x + a_2y + a_3z = 0,\ b_1x + b_2y + b_3z = 0,\ c_1x + c_2y + c_3z = 0$$

उपर्युक्त समीकरणों से x, y, z का विलोपन करने के पश्चात,

सारणिक रूप को इस प्रकार दर्शाया जा सकता है,

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} C_1 & C_2 & C_3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{c} R_1 \rightarrow \\ R_2 \rightarrow \\ R_3 \rightarrow \end{array} & \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \end{array}$$

यह एक तृतीय कोटि सारणिक है जिसमें तीन पंक्तियाँ और तीन स्तंभ हैं।

एक वर्ग आव्यूह का सारणिक

मान लीजिए $A = [a]_{n\times n}$ एक $n \times n$ आव्यूह है। A का सारणिक इस प्रकार परिभाषित किया जाता है

$|A| = |a_{ij}|_{n\times n}$

सारणिक को det(A) या |A| या Δ या D के रूप में निरूपित किया जा सकता है।

सारणिक के अवयव को a_{ij} द्वारा दर्शाया जाता है, जहाँ i और j क्रमशः पंक्ति और स्तंभ संख्या दर्शाते हैं।

अब, माना $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ एक तृतीय कोटि का वर्ग आव्यूह है,

तो सारणिक है:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

a_{31} = तीसरी पंक्ति और पहले स्तम्भ का अवयव

a_{12} = पहली पंक्ति और दूसरे स्तम्भ का अवयव

उदाहरण $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, |A| = 20 + 3 = 23

उपसारणिक तथा सहखंड

मान लीजिए Δ एक सारणिक है। तब अवयव a_{ij} का उपसारणिक, जिसे M_{ij} द्वारा दर्शाया जाता है, को Δ की iवीं पंक्ति और jवें स्तंभ को हटाने पर प्राप्त उपआव्यूह के सारणिक के रूप में परिभाषित किया जाता है। अवयव a_{ij} का सहखंड, जिसे C_{ij} द्वारा दर्शाया जाता है, को $C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ के रूप में परिभाषित किया जाता है।

e.g.: $\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$

$$M_{11} = \begin{vmatrix} q & r \\ y & z \end{vmatrix} = qz - yr = C_{11}.$$

$$M_{23} = \begin{vmatrix} a & b \\ x & y \end{vmatrix} = ay - bx,\ C_{23} = -(ay - bx) = bx - ay.$$

सारणिक का मूल्यांकन

सारणिक का मूल्यांकन करने के छह तरीके हैं, तीन तरीके पंक्तियों के सापेक्ष हैं और तीन तरीके स्तंभों के सापेक्ष हैं।

माना $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

आइए R_1 के सापेक्ष मूल्यांकन कीजिए

$|A|$ अथवा $\Delta = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13}$ (प्रथम पंक्ति)

$$= a_{11}(-1)^{1+1} M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2} M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3} M_{13}$$

$$= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}(a_{22} \times a_{33} - a_{32} \times a_{23}) - a_{12}(a_{21} \times a_{33} - a_{31} \times a_{23}) + a_{13}(a_{21} \times a_{32} - a_{31} \times a_{22})$$

एक $n \times n$ आव्यूह A के लिए व्यापक रूप में, $|A| = \sum_{i=1}^{n} a_{i1}C_{i1}$, $C_{ij} \equiv (-1)^{i+j} M_{ij}$, जहाँ C_{ij}, a_{ij} का सह-खंड है और M_{ij}, अवयव a_{ij} का उपसारणिक है। इस प्रक्रिया को उपसारणिक द्वारा सारणिक प्रसरण (या "उपसारणिक द्वारा लैपलैसियन प्रसरण", कभी-कभी इसे और भी छोटा करके "लैपलैसियन प्रसरण" कहा जाता है)।

टिप्पणी:

1. कोटि तीन के सारणिक में नौ उपसारणिक होंगे और प्रत्येक उपसारणिक कोटि दो का सारणिक होगा और कोटि चार के सारणिक में सोलह उपसारणिक होंगे और प्रत्येक उपसारणिक कोटि तीन का सारणिक होगा।
2. किसी पंक्ति (स्तंभ) के अवयवों के उनके संगत सहखंडों के साथ गुणनफल का योग सारणिक के मान के बराबर होता है।

   अर्थात $D = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13} = \sum_{j=1}^{3} a_{ij}C_{ij}$, $i = 1, 2, 3$

   $$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$
3. किसी पंक्ति (स्तंभ) के अवयवों के गुणनफल का किसी अन्य पंक्ति (स्तंभ) के संगत अवयवों के सहखंडों के साथ योग शून्य होता है। अर्थात $a_{11}C_{12} + a_{12}C_{22} + a_{13}C_{32} = 0$

   उपर्युक्त परिणाम प्रत्येक कोटि के सारणिक के लिए सत्य रहता है।
4. प्रसरण करते समय, $(-1)^{i+j}$ से गुणा करने के बजाय, हम $(i+j)$ सम है अथवा विषम इसके अनुसार सीधे + 1 या –1 से गुणा करते हैं।

हल सहित उदाहरण

1. सारणिक $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 6 \\ 5 & 7 & 4 \\ 7 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ का C_1 के अनुदिश मूल्यांकन कीजिए

हल: $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 6 \\ 5 & 7 & 4 \\ 7 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} - 5\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} + 7\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 7 & 4 \end{vmatrix}$

$= 3(0 - 12) - 5(0 - 18) + 7(4 - 42) = -212$

2. $A = [a_{ij}]$ जो $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & 6 \\ 7 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ रूप से दिया गया है, के लिए $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}$ के सह-खंड ज्ञात कीजिए,

हल: (i) 1 का उपसारणिक $= \begin{vmatrix} -5 & 6 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 5$

1 का सह-खंड $= (-1)^{1+1}\, 5 = 5$

(ii) 2 का उपसारणिक $= \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = -4 - 42 = -46$

2 का सह-खंड $= (-1)^{1+2}(-46) = 46$

(iii) 3 का उपसारणिक $= \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} = 35$

3 का सह-खंड $= (-1)^{1+3}\, 35 = 35$

(iv) 4 का उपसारणिक $= \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -2$

4 का सह-खंड $= (-1)^{2+1}(-2) = 2$

(v) –5 का उपसारणिक $= \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = -22$

–5 का सह-खंड $= (-1)^{2+2}(-22) = -22$

किसी सारणिक का परिवर्त

किसी सारणिक का परिवर्त संगत आव्यूह के परिवर्त का सारणिक होता है।

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \Rightarrow D' = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

सारणिक के गुणधर्म

1. किसी वर्ग आव्यूह A के लिए $|A| = |A'|$

   अर्थात, यदि पंक्तियों और स्तंभों को आपस में बदल दिया जाए तो सारणिक का मान अपरिवर्तित रहता है **(परावर्तन गुणधर्म)**,

   अर्थात, $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = D'$
2. यदि किसी सारणिक की कोई दो पंक्तियाँ (या स्तंभ) आपस में बदल दी जाएँ, तो सारणिक का मान केवल चिह्न में परिवर्तित होता है **(स्विचिंग गुणधर्म)**।

   उदाहरण, Let $D_1 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ और $D_2 = \begin{vmatrix} a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

   तब $D_2 = -D_1$
3. मान लीजिए λ एक अदिश राशि है, तो $\lambda\,|A|$ को $|A|$ की किसी एक पंक्ति (या किसी एक स्तंभ) को λ से गुणा करके प्राप्त किया जाता है (अदिश गुणज गुण)

   तब $D_2 = KD_1$

   टिप्पणी: $|\lambda A| = \lambda^n |A|$, जब $A = [a_{ij}]_n$
4. विषम कोटि के किसी विषम-सममित आव्यूह का सारणिक मान शून्य होता है।

   टिप्पणी: सारणिक के लिए जहाँ $a_{ij} = -a_{ji}$ सभी i और j के लिए

   (i) विकर्ण अवयव शून्य हैं।

   $a_{ii} = -a_{jj}$ (विकर्ण अवयवों के लिए) $\Rightarrow 2a_{ii} = 0 \Rightarrow a_{ii} = 0$

   (ii) यदि उपर्युक्त सारणिक का कोटि विषम है तो इसका मान शून्य है, जैसे

उपसारणिक, सहखंड और सारणिक का प्रसरण

1. द्वितीय कोटि का एक सारणिक 0 और 1 अवयवों से बना हुआ है। ऋणेतर मानों वाले सारणिकों की संख्या है-

(*a*) 3 (*b*) 10 (*c*) 11 (*d*) 13

2. यदि आव्यूह M_r को $M_r = \begin{bmatrix} r & r-1 \\ r-1 & r \end{bmatrix}$, $r = 1, 2, 3$ द्वारा व्यक्त है, तो $\det(M_1) + \det(M_2) + ... + \det(M_{2024})$ का मान है-

(*a*) 2023 (*b*) 2024

(*c*) $(2024)^2$ (*d*) $(2023)^2$

3. यदि $\begin{vmatrix} 0 & ab^2 & ac^2 \\ a^2b & 0 & bc^2 \\ a^2c & cb^2 & 0 \end{vmatrix} = 2a^p b^q c^r$ है, तो $10 + p + q + r$ का मान है-

(*a*) 16 (*b*) 13 (*c*) 19 (*d*) 10

4. यदि $[x], x$ से कम या इसके बराबर एक महत्तम पूर्णांक के लिए है, तो $\begin{vmatrix} [e] & [\pi] & [\pi^2-6] \\ [\pi] & [\pi^2-6] & [e] \\ [\pi^2-6] & [e] & [\pi] \end{vmatrix}$ का मान है-

(*a*) –8 (*b*) 8 (*c*) 0 (*d*) 1

5. यदि $\begin{vmatrix} n_1 & n_2 \\ n_2 & n_1 \end{vmatrix} = 2022 \ (n_1, n_2 \in I)$ है, तो हलों की संख्या है-

(*a*) 0 (*b*) 1 (*c*) 2 (*d*) 2 से अधिक

सारणिकों के गुणधर्म

6. यदि $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0$ है तो $x = ?$

(*a*) 1, 9 (*b*) –1, 9 (*c*) –1, –9 (*d*) 1, –9

7. $\begin{vmatrix} a+b & a+2b & a+3b \\ a+2b & a+3b & a+4b \\ a+4b & a+5b & a+6b \end{vmatrix} = ?$

(*a*) $a^2 + b^2 + c^2 - 3abc$ (*b*) 3ab

(*c*) 3a + 5b (*d*) 0

8. यदि $\begin{vmatrix} y+z & x & y \\ z+x & z & x \\ x+y & y & z \end{vmatrix} = k(x+y+z)(x-z)^2$ है, तो $k = ?$

(*a*) $2xyz$ (*b*) 1

(*c*) xyz (*d*) $x^2y^2z^2$

9. यदि $a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = 0$ इस प्रकार से कि $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = \lambda$, है, तो λ का मान है -

(*a*) 0 (*b*) abc (*c*) $-abc$ (*d*) $2abc$

10. यदि $a^2 + b^2 + c^2 = -2$ है और

$$f(x) = \begin{vmatrix} 1+a^2x & (1+b^2)x & (1+c^2)x \\ (1+a^2)x & 1+b^2x & (1+c^2)x \\ (1+a^2)x & (1+b^2)x & 1+c^2x \end{vmatrix}$$

है, तो बहुपद $f(x)$ की घात है -

(*a*) 3 (*b*) 2 (*c*) 1 (*d*) 0

11. सारणिक $\begin{vmatrix} 4+x^2 & -6 & -2 \\ -6 & 9+x^2 & 3 \\ -2 & 3 & 1+x^2 \end{vmatrix}$ निम्न में से किसके द्वारा विभाज्य नहीं है-

(*a*) x (*b*) x^3 (*c*) $14 + x^2$ (*d*) x^5

12. सारणिक $\begin{vmatrix} 0 & b^3-a^3 & c^3-a^3 \\ a^3-b^3 & 0 & c^3-b^3 \\ a^3-c^3 & b^3-c^3 & 0 \end{vmatrix}$ का मान है-

(*a*) $a^3 + b^3 + c^3$ (*b*) $a^3 - b^3 - c^3$

(*c*) 0 (*d*) $-a^3 + b^3 + c^3$

13. $\begin{vmatrix} 1+\sin^2\theta & \sin^2\theta & \sin^2\theta \\ \cos^2\theta & 1+\cos^2\theta & \cos^2\theta \\ 4\sin 4\theta & 4\sin 4\theta & 1+4\sin 4\theta \end{vmatrix} = 0$ है, तो $\sin 4\theta$ का मान है-

(*a*) 1/2 (*b*) 1 (*c*) –1/2 (*d*) –1

14. यदि $f(x) = \begin{vmatrix} x-3 & 2x^2-18 & 3x^3-81 \\ x-5 & 2x^2-50 & 4x^3-500 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ है,

तो $f(1) \cdot f(3) - f(3) \cdot f(5) + f(5) \cdot f(1) = ?$

(*a*) $f(1)$ (*b*) $f(3)$

(*c*) $f(1) + f(3)$ (*d*) $f(1) + f(5)$

15. यदि $\begin{vmatrix} y+z & x-z & x-y \\ y-z & z+x & y-x \\ z-y & z-x & x+y \end{vmatrix} = k\,xyz$ है, तो k का मान है-

(*a*) 2 (*b*) 4 (*c*) 6 (*d*) 8

16. मान लीजिए $\Delta = \begin{vmatrix} a & a+d & a+2d \\ a+d & a+2d & a \\ a+2d & a & a+d \end{vmatrix}$ है, तो

(*a*) Δ, a पर निर्भर करता है (*b*) Δ, d पर निर्भर करता है

(*c*) Δ अचर है (*d*) (*a*) तथा (*b*) दोनों

33. यदि समीकरणों $x + ay = 0, az + y = 0$ और $ax + z = 0$ के निकाय का अनंत हल है, तो a का मान है-

(a) -1 (b) 1

(c) 0 (d) कोई भी वास्तविक मान नहीं है

34. यदि a, b, c शून्येतर है, तो समीकरणों

$(\alpha + a)x + \alpha y + \alpha z = 0$

$\alpha x + (\alpha + b)y + \alpha z = 0$

$\alpha x + \alpha y + (\alpha + c)z = 0$

के निकाय का एक अतुच्छ हल है, यदि

(a) $\alpha^{-1} = -(a^{-1} + b^{-1} + c^{-1})$ (b) $\alpha^{-1} = a + b + c$

(c) $\alpha + a + b + c = 1$ (d) इनमें से कोई नहीं

35. समीकरण $-2x + y + z = 1, x - 2y + z = -2, x + y + \lambda z = 4$ के निकाय का कोई हल नहीं होगा, यदि

(a) $\lambda = -2$ (b) $\lambda = -1$

(c) $\lambda = 3$ (d) इनमें से कोई नहीं

36. समीकरणों $\begin{matrix}(a\alpha + b)x + ay + bz = 0\\ (b\alpha + c)x + by + cz = 0\\ (a\alpha + b)y + (ba + c)z = 0\end{matrix}$ के निकाय का एक अतुच्छ हल है, यदि

(a) a, b, c, A.P में हैं

(b) a, b, c, G.P में हैं

(c) a, b, c, H.P में हैं

(d) α, $ax^2 + 2bx + c + 1 = 0$ का मूल है

प्रबल (JEE MAIN स्तरीय)

1. यदि n_1, n_2 पूर्णांक हैं, तो $\begin{vmatrix} n_1 & n_2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} n_1 & n_2+1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$ सदैव निम्न का गुणज हैं-

(a) 2 (b) 4 (c) 3 (d) 5

2. मान लीजिए, $\Delta_0 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ है और मान लीजिए Δ_1, Δ_0 के अवयवों के सहखंड द्वारा बने हुए सारणिक को निरूपित करता है और Δ_2, Δ_1 के सहखंड द्वारा बने हुए सारणिक को निरूपित करता है उसी प्रकार Δ_n, Δ_{n-1} के अवयवों द्वारा बने सारणिक को निरूपित करता है, तो Δ_n का सारणिक मान है-

(a) Δ_0^{2n} (b) $\Delta_0^{2^n}$ (c) $\Delta_0^{n^2}$ (d) Δ_0^2

3. $\Delta = \begin{vmatrix} 1+a^2+a^4 & 1+ab+a^2b^2 & 1+ac+a^2c^2 \\ 1+ab+a^2b^2 & 1+b^2+b^4 & 1+bc+b^2c^2 \\ 1+ac+a^2c^2 & 1+bc+b^2c^2 & 1+c^2+c^4 \end{vmatrix}$ का मान है-

(a) $(a - b)^2 (b - c)^2 (c - a)^2$

(b) $2(a - b)(b - c)(c - a)$

(c) $4(a - b)(b - c)(c - a)$

(d) $(a + b + c)^3$

4. मान लीजिए a_1, a_2, a_3, A.P. में हैं तथा b_1, b_2, b_3, H.P. में हैं और मान लीजिए $\Delta = \begin{vmatrix} a_1-b_1 & a_1-b_2 & a_1-b_3 \\ a_2-b_1 & a_2-b_2 & a_2-b_3 \\ a_3-b_1 & a_3-b_2 & a_3-b_3 \end{vmatrix}$ है, तो

(a) Δ, a_1, a_2, a_3 से स्वतंत्र है

(b) $a_1 - \Delta, a_2 - 2\Delta, a_3 - 3\Delta$, H.P. में हैं

(c) $b_1 + \Delta, b_2 + \Delta^2, b_3 + \Delta$ A.P. में हैं

(d) Δ, b_1, b_2, b_3 पर निर्भर करता है

5. मान लीजिए $f(x) = \begin{vmatrix} \sec x & x^2 & x \\ 2\sin x & x^3 & 2x^2 \\ \tan 3x & x^2 & x \end{vmatrix}$ है, तो $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^4}$ का निरपेक्ष मान दिया गया है -

(a) 0 (b) -1 (c) 2 (d) 3

6. यदि $x^{2a}y^{3b} = e^{5m}, x^{3c}y^{4d} = e^{2n}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 5m & 3b \\ 2n & 4d \end{vmatrix}$,

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2a & 5m \\ 3c & 2n \end{vmatrix}, \Delta_3 = \begin{vmatrix} 2a & 3b \\ 3c & 4d \end{vmatrix}$ है, तो x और y के मान हैं-

(a) $\frac{\Delta_1}{\Delta_3}, \frac{\Delta_2}{\Delta_3}$ (b) $\frac{\Delta_2}{\Delta_1}, \frac{\Delta_3}{\Delta_1}$

(c) $\log\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_3}\right), \log\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_3}\right)$ (d) $e^{\frac{\Delta_1}{\Delta_3}}, e^{\frac{\Delta_2}{\Delta_3}}$

7. यदि, $x_i = a_ib_ic_i, i = 1, 2, 3$ तीन अंकीय धनात्मक पूर्णांक हैं इस प्रकार से कि प्रत्येक x_i, 19 का गुणज हैं, तो समान पूर्णांक n के लिए $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$ द्वारा दिया गया है-

(a) $19n + 1$ (b) $19n + 2$ (c) $19n$ (d) $19n + 3$

8. यदि $f(x) = \begin{vmatrix} a^{-x} & e^{x\ell na} & x^2 \\ a^{-3x} & e^{3x\ell na} & x^4 \\ a^{-5x} & e^{5x\ell na} & 1 \end{vmatrix}$ है, तो

(a) $f^2(x) + f^2(-x) = 1$

(b) $f(x) \cdot f(-x) = 0$

(c) $f(x) + f(-x) = 0$

(d) $f(x) - f(-x) = 0$

21. समीकरण $\lambda x - y + (\cos\theta) z = 0$

$3x + y + 2z = 0$

$(\cos\theta)x + y + 2z = 0$

$0 \le \theta < 2\pi$ के अतुच्छ हल है/हैं-

(*a*) λ और θ के किसी भी मान के लिए नहीं

(*b*) λ और θ के सभी मानों के लिए

(*c*) λ के सभी मानों के और θ के केवल दो मानों के लिए

(*d*) λ के केवल एक मान और θ के सभी मानों के लिए

22. यदि $c < 1$ है और समीकरण $x + y - 1 = 0, 2x - y - c = 0$ और $-bx + 3by - c = 0$ का निकाय संगत है, तो b के पूर्णांक मानों की संख्या है-

(*a*) 1 (*b*) 2 (*c*) 3 (*d*) 4

23. मान लीजिए λ और α वास्तविक है। पूर्णांक मान λ की संख्या ज्ञात कीजिए जिसके लिए निम्न रैखिक समीकरणों

$\lambda x + (\sin\alpha)y + (\cos\alpha) z = 0;$

$x + (\cos\alpha)y + (\sin\alpha) z = 0;$

$-x + (\sin\alpha)y - (\cos\alpha) z = 0$ के निकाय का अ-तुच्छ हल है-

(*a*) 0 (*b*) 1 (*c*) 2 (*d*) 3

पूर्णांक प्रकार के प्रश्न

24. यदि $x, y, z \in R$ तथा $\Delta = \begin{vmatrix} x & x+y & x+y+z \\ 2x & 5x+2y & 7x+5y+2z \\ 3x & 7x+3y & 9x+7y+3z \end{vmatrix} = -16$ है, तो x का मान है।

25. यदि $x > m, y > n, z > r$ $(x, y, z > 0)$ इस प्रकार से कि $\begin{vmatrix} x & n & r \\ m & y & r \\ m & n & z \end{vmatrix} = 0$ है, तो $\dfrac{27xyz}{(x-m)(y-n)(z-r)}$ का अधिकतम मान है।

26. यदि सारणिक $\begin{vmatrix} \sqrt{(13)}+\sqrt{3} & 2\sqrt{5} & \sqrt{5} \\ \sqrt{(15)}+\sqrt{(26)} & 5 & \sqrt{(10)} \\ 3+\sqrt{(65)} & \sqrt{(15)} & 5 \end{vmatrix}$ का मान $= a(\sqrt{b})(c-\sqrt{6})(a, b, c \in I)$ है, तो $a+b+c$ होगा।

27. यदि $\Delta = \begin{vmatrix} f(x) & f\left(\frac{1}{x}\right)+f(x) \\ 1 & f\left(\frac{1}{x}\right) \end{vmatrix} = 0$ है जहाँ यह दिया गया है कि $f(2) = 17$ है, तो $f(5)$ का मान है।

28. सारणिक $\begin{vmatrix} -(2^5+1)^2 & 2^{10}-1 & \frac{1}{2^5-1} \\ 2^{10}-1 & -(2^5-1)^2 & \frac{1}{2^5+1} \\ \frac{1}{2^5-1} & \frac{1}{2^5+1} & -\frac{1}{(2^{10}-1)^2} \end{vmatrix}$ का मान है-

29. यदि $a_1, a_2, a_3, 5, 4, a_6, a_7, a_8, a_9$, H.P. में हैं और $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 5 & 4 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{vmatrix}$ हैं, तो $[\Delta]$ का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ [.] G.I.F. को निरूपित करता है।

30. यदि $\begin{vmatrix} (\beta+\gamma-\alpha-\delta)^4 & (\beta+\gamma-\alpha-\delta)^2 & 1 \\ (\gamma+\alpha-\beta-\delta)^4 & (\gamma+\alpha-\beta-\delta)^2 & 1 \\ (\alpha+\beta-\gamma-\delta)^4 & (\alpha+\beta-\gamma-\delta)^2 & 1 \end{vmatrix} = -k(\alpha-\beta)$ $(\alpha-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\gamma)(\beta-\delta)(\gamma-\delta)$ है, तो $(k)^{1/2}$ का मान होगा।

परीक्षित (JEE ADVANCED स्तरीय)

एकल सही प्रकार के प्रश्न

1. यदि $\begin{vmatrix} 1+a_1+b_1 & a_1+b_2 & a_1+b_3 \\ a_2+b_1 & 1+a_2+b_2 & a_2+b_3 \\ a_3+b_1 & a_3+b_2 & 1+a_3+b_3 \end{vmatrix}$

$= k + \sum_{i=1}^{3}(a_i+b_i) + \sum_{1\le i<j\le 3}\sum(a_i-a_j)(b_j-b_i);$ है,

तो k का मान ज्ञात कीजिए।

(*a*) 0 (*b*) 1 (*c*) 2 (*d*) 8

2. यदि $n \in N$ और $\Delta_n = \begin{vmatrix} n! & (n+1)! & (n+2)! \\ (n+1)! & (n+2)! & (n+3)! \\ (n+2)! & (n+3)! & (n+4)! \end{vmatrix}$ है, तो

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3n^3-5)\Delta_n}{\Delta_{n+1}}$ का मान है-

3. यदि $f(x) = \begin{vmatrix} x^2-4x+6 & 2x^2+4x+10 & 3x^2-2x+16 \\ x-2 & 2x+2 & 3x-1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

और $\left\{\int_{-2}^{2} x^2[f(x)]dx\right\} = 2/k$ है, जहाँ [ ] महत्तम पूर्णांक फलन, { } भिन्नात्मक भाग को निरूपित करता है; तो k का मान ज्ञात कीजिए।

(*a*) 3

(*b*) 1

(*c*) 2

(*d*) 8

13. मान लीजिए M और N दो 3×3 आव्यूह हैं इस प्रकार से कि $MN = NM$ है और, यदि $M \neq N^2$ और $M^2 = N^4$ है, तो

(*a*) $(M^2 + MN^2)$ का सारणिक 0 है।

(*b*) 3×3 शून्येतर आव्यूह U इस प्रकार से है कि $(M^2 + MN^2)U$ शून्य आव्यूह है।

(*c*) $(M^2 + MN^2) \geq 1$ का सारणिक है।

(*d*) एक 3×3 आव्यूह U के लिए, यदि $(M^2 + MN^2)U$ का मान शून्य आव्यूह है, तो U एक शून्य आव्यूह है।

14. यदि a, b, c तीन भिन्न वास्तविक संख्याएं हैं जिसके लिए x, y, z अस्तित्व में हैं इस प्रकार से कि

$x + y + z = 1$

$ax + by + cz = t$

$a^2x + b^2y + c^2z = t^2$

तो $a^3x + b^3y + c^3z - t^3 = P(t)$, t में एक बहुपद है, तो $P(t) = 0$ के हलों को ज्ञात कीजिए।

(*a*) a (*b*) b (*c*) c (*d*) 3

आव्यूह मिलान संबंधी प्रश्न

15. रैखिक समीकरण $3x + y - z = 0, x - \frac{py}{4} + z = 2$ और $2x - y + 2z = q$ जहाँ $p, q \in I$ और $p, q \in [1, 10]$, के एक निकाय पर विचार कीजिए। सही कथनों की पहचान कीजिए–

	सूची-I		सूची-II
A.	क्रमित युग्मों (p, q) की संख्या जिसके लिए समीकरण के निकाय का अद्वितीय हल है।	(p)	1
B.	क्रमित युग्मों (p, q) की संख्या जिसके लिए समीकरण के निकाय का कोई हल नहीं है।	(q)	9
C.	क्रमित युग्मों (p, q) की संख्या जिसके लिए समीकरण के निकाय के अनंत हल हैं।	(r)	10
D.	क्रमित युग्मों (p, q) की संख्या जिसके लिए समीकरण के निकाय का कम-से-कम एक हल है।	(s)	90
		(t)	91

(*a*) A → (s); B → (q); C → (p); D → (t)

(*b*) A → (s); B → (r); C → (p); D → (s)

(*c*) A → (s); B → (r); C → (q); D → (t)

(*d*) A → (s); B → (q); C → (q); D → (s)

बोधात्मक आधारित प्रश्न

बोधात्मक (प्रश्न संख्या 16 से 18 तक): $\alpha, \beta, \gamma, \theta \in R$ के लिए, मान लीजिए

$$A_\theta(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{vmatrix} \cos(\alpha+\theta) & \sin(\alpha+\theta) & 1 \\ \cos(\beta+\theta) & \sin(\beta+\theta) & 1 \\ \cos(\gamma+\theta) & \sin(\gamma+\theta) & 1 \end{vmatrix}$$

16. यदि $a = A_{\pi/2}(\alpha, \beta, \gamma)$, $b = A_{\pi/3}(\alpha, \beta, \gamma)$ है, तो निम्नलिखित में से कौन सा सही है?

(*a*) $a = b$ (*b*) $a < b$ (*c*) $a > b$ (*d*) $2a = b$

17. $A_\theta^2 + A_\varphi^2 - 2(A_{\theta+\varphi})^2$ का मान है–

(*a*) $-2A_\theta A_\varphi$ (*b*) $A_\theta + A_\varphi$

(*c*) $A_\theta - A_\varphi$ (*d*) इनमें से कोई नहीं

18. यदि α, β, γ अचर है, तो $y = A_x(\alpha, \beta, \gamma)$ दर्शाता है–

(*a*) x-अक्ष के समांतर एक सरल रेखा

(*b*) मूलबिंदु से होकर जाने वाली एक सरल रेखा

(*c*) मूलबिंदु पर स्थित शीर्षबिंदु वाला एक परवलय

(*d*) इनमें से कोई नहीं

बोधात्मक (प्रश्न संख्या 19 से 20 तक):

मान लीजिए α, β, γ त्रिघात के मूल हैं जो (दिए गए क्रम में लिया गया है) G.P. में हैं। यदि α और β इस प्रकार से है की है, तो

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1+\alpha & \alpha & \beta \\ 4-\beta & 3-\beta & \alpha+1 \end{vmatrix} = 0, \text{ है, तो}$$

19. $a + b + c$ का मान है–

(*a*) 0 (*b*) 1 (*c*) –1 (*d*) 2

20. यदि $S = \sum_{r=1}^{100}\left(\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^r + \left(\frac{a}{b}\right)^r\right)$, तो S का मान है–

(*a*) $\frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{2^{100}}\right)$ (*b*) $\frac{4}{3}\left(1 - \frac{1}{2^{100}}\right)$

(*c*) $\frac{8}{3}\left(1 - \frac{1}{2^{100}}\right)$ (*d*) $\frac{2}{3}\left(1 - \frac{1}{2^{100}}\right)$

बोधात्मक (प्रश्न संख्या 21 से 23 तक)

मान लीजिए α, β, समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल हैं।

मान लीजिए $n \geq 1$ के लिए $S_n = \alpha^n + \beta^n$

$$\text{और } \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1+S_1 & 1+S_2 \\ 1+S_1 & 1+S_2 & 1+S_3 \\ 1+S_2 & 1+S_3 & 1+S_4 \end{vmatrix} \text{ है,}$$

21. यदि $\Delta < 0$, तो समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल हैं–

(*a*) धनात्मक वास्तविक (*b*) ऋणात्मक वास्तविक

(*c*) समान (*d*) काल्पनिक

22 यदि a, b, c परिमेय हैं और समीकरण का एक मूल $1 + \sqrt{2}$ है, तो Δ का मान है–

(*a*) 8 (*b*) 12 (*c*) 30 (*d*) 32

23. यदि $\Delta > 0$, है, तो

(*a*) $f(1) > 0$

(*b*) $f(1) < 0$

(*c*) $f(1) = 0$

(*d*) $f(1)$ के बारे में कुछ कह नहीं सकते

संख्यात्मक आधारित प्रश्न

24. $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$ का मान है।

25. $2k/33$ के कितने मान के लिए परिमेय संख्या के समुच्चय में समीकरणों $x + ky + 3z = 0$, $3x + ky - 2z = 0$, $2x + 3y - 4z = 0$ का एक अतुच्छ हल है?

26. यदि $2s = a + b + c$ और $\begin{vmatrix} a^2 & (s-a)^2 & (s-a)^2 \\ (s-b)^2 & b^2 & (s-b)^2 \\ (s-c)^2 & (s-c)^2 & c^2 \end{vmatrix} = ks^3$ $(s-a)(s-b)(s-c)$, तो k की संख्यात्मक राशि होनी चाहिए।

27. यदि $(1 + ax + bx^2)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_8x^8$ है, जहाँ a, $b, a_0, a_1, \ldots, a_8 \in R$ इस प्रकार से है की $a_0 + a_1 + a_2 \neq 0$ और $\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ a_1 & a_2 & a_0 \\ a_2 & a_0 & a_1 \end{vmatrix} = 0$ है, तो $5a/b$ का मान है।

28. समीकरणों के निकाय
$ax + y + z = a - 1$
$x + ay + z = a - 1$
$x + y + az = a - 1$ का कोई हल नहीं है, तो α का निरपेक्ष मान है

29. अंतराल $[0, 100\pi]$ में स्थित θ के मानों की संख्या ज्ञात कीजिए जिसके लिए समीकरणों $(\sin 3\theta)\, x - y + z = 0$; $(\cos 2\theta)$ $x + 4y + 3z = 0$; $2x + 7y + 7z = 0$ के निकाय का अतुच्छ हल है।

30. यदि $\sin q \neq \cos q$ और x, y, z समीकरणों
$x \cos p - y \sin p + z = \cos q + 1$
$x \sin p + y \cos p + z = 1 - \sin q$
$x \cos(p + q) - y \sin(p + q) + z = 2$ को संतुष्ट करता है, तो $x^2 + y^2 + z^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

पिछले वर्षों के प्रश्न

1. माना $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & p & 1 \end{bmatrix}, B = \left[B_i, B_z B_y\right]$, जहाँ B_1, B_2, B_3, स्तम्भ आव्यूह हैं और

$$AB_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, AB_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, AB_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

यदि $\alpha = |B|$ और β, B के सभी विकर्ण अवयवों का योग हैं, तब $\alpha^3 + \beta^3$ बराबर है ______ **(JEE Main 2024)**

2. यदि $A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ -1 & \sqrt{2} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, C = ABAF$ और $X = A^T C^2 A_A$ तब सारणिक X बराबर है: **(JEE Main 2024)**

(*a*) 243
(*b*) 729
(*c*) 27
(*d*) 891

3. $\alpha + \beta$, ε R तथा प्राकृत संख्या n के लिए, माना

$$A_r = \begin{vmatrix} r & 1 & \frac{n^2}{2} + \alpha \\ 2r & 2 & n^2 - \beta \\ 3r - 2 & 3 & \frac{n(3n-1)}{2} \end{vmatrix}$$

है, तब $2A_{10} - A_8$ है: **(JEE Main 2024)**

(*a*) $4\alpha + 2\beta$ (*b*) $2\alpha + 4\beta$
(*c*) $2n$ (*d*) 0

4. माना m -कोटि के एक वर्ग आव्यूह A का सारणिक $m - n$ है, जहाँ m तथा n समीकरणों $4m + n = 22$ तथा $17m + 4n = 93$ को संतुष्ट करते हैं।
यदि $det\,(n\, adj\,(mA))) = 3^a 5^b 6^c$,है, तो $a + b + c$ बराबर है **(JEE Main 2023)**

(*a*) 84 (*b*) 96 (*c*) 101 (*d*) 109

5. यदि 3×3 का एक आव्यूह A है तथा $|A| = 2$ है तो $|3adj$ $(|3A|A^2)|$ बराबर है: **(JEE Main 2023)**

(*a*) $3^{12}.6^{11}$ (*b*) $3^{12}.6^{10}$ (*c*) $3^{10}.6^{11}$ (*d*) $3^{11}.6^{10}$

6. माना कि α, β एवं γ वास्तविक संख्याएं (real numbers) हैं। निम्न रैखिक समीकरण निकाय (system of linear equations) पर विचार कीजिए। **(JEE Adv. 2023)**

$x + 2y + z = 7$, $x + \alpha z = 11$, $2x - 3y + \beta z = \gamma$

सूची-I	सूची-II
(P) यदि $\beta = \frac{1}{2}(7\alpha - 3)$ एवं $\gamma = 28$, तब निकाय का (के)	(1) एक अद्वितीय हल (uniqeu solution) है।
(Q) यदि $\beta = \frac{1}{2}(7\alpha - 3)$ एवं $\gamma \neq 28$, तब निकाय का (के)	(2) कोई हल नहीं है
(R) यदि $\alpha \neq \frac{1}{2}$ जहाँ $\alpha = 1$ एवं $\gamma \neq 28$, तब निकाय का (के)	(3) अनंत हल हैं
(Q) यदि $\alpha \neq \frac{1}{2}$ जहाँ $\alpha = 1$ एवं $\gamma \neq 28$, निकाय का (के)	(4) $x = 11, y = -2$ एवं $z = 0$ एक हल है
	(5) $x = -15, y = 4$ एवं $z = 0$ एक हल है

सही विकल्प है:

14. निम्न समीकरण निकाय पर विचार कीजिए

$x + 2y - 3z = a$

$2x + 6y - 11z = b$

$x - 2y + 7z = c,$

जहाँ a, b तथा c वास्तविक अचर हैं। तो इस समीकरण निकाय: **(JEE Main 2021)**

(*a*) का सभी a, b तथा c के लिए केवल एक हल है

(*b*) का केवल एक हल है जब $4a = 2b + c$ है

(*c*) के अनन्त हल है जब $4a = 2b + c$ है

(*d*) का सभी a, b तथा c के लिए कोई हल नहीं हैं

15. $\begin{vmatrix} (a+1)(a+2) & a+2 & 1 \\ (a+2)(a+3) & a+3 & 1 \\ (a+3)(a+4) & a+4 & 1 \end{vmatrix}$ का मान है: **(JEE Main 2021)**

(*a*) $(a + 1)(a + 2)(a + 3)$ (*b*) $(a + 2)(a + 3)(a + 4)$

(*c*) -2 (*d*) 0

16. रैखिक समीकरण निकाय **(JEE Main 2021)**

$3x - 2y - kz = 10$

$2x - 4y - 2z = 6$

$x + 2y - z = 5m$

असंगत है, यदि:

(*a*) $k \neq 3, m \neq \frac{4}{5}$ (*b*) $k = 3, m = \frac{4}{5}$

(*c*) $k = 3, m \neq \frac{4}{5}$ (*d*) $k \neq 3, m \in R$

17. D का मान ________ है। **(JEE Adv. 2021)**

18. $|M|$ का मान ________ है। **(JEE Adv. 2021)**

PW चैलेंजर्स

एकल सही प्रकार के प्रश्न

1. यदि $\begin{vmatrix} (x^2+1)^2 & (xy+1)^2 & (xz+1)^2 \\ (xy+1)^2 & (y^2+1)^2 & (yz+1)^2 \\ (xz+1)^2 & (yz+1)^2 & (z^2+1) \end{vmatrix} = k(x-y)^2(x-z)^2(y-z)^2$

k का मान ज्ञात कीजिए

(*a*) 2 (*b*) 3 (*c*) 4 (*d*) 5

2. अंतराल [–2025, 2025] में सभी संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए जो 1 या –1 अवयव वाले 11×11 आव्यूह के सारणिक के बराबर हो सकता है–

(*a*) 2048 (*b*) 1024 (*c*) 4096 (*d*) 0

3. कोई पूर्णांक $x_1, x_2, \ldots, x_n$ और धनात्मक पूर्णांक $k_1, k_2, \ldots, k_n$ के लिए

सारणिक $\begin{pmatrix} x_1^{k_1} & x_2^{k_1} & \ldots & x_n^{k_1} \\ x_1^{k_2} & x_2^{k_2} & \ldots & x_n^{k_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1^{k_n} & x_2^{k_n} & \ldots & x_n^{k_n} \end{pmatrix}$

(*a*) $n!$ द्वारा विभाज्य है (*b*) $(n + 1)!$ द्वारा विभाज्य है

(*c*) 0 (*d*) $(n + 2)!$ द्वारा विभाज्य है

4. मान लीजिए A, $n \times n$ आव्यूह है जिसकी प्रविष्टि i वीं पंक्ति तथा j वीं स्तम्भ में $\frac{1}{\min(i, j)\}}$ है, $1 \le i, j \le n$ के लिए, det(A) का मान है–

(*a*) $\frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!n!}$ (*b*) $\frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)!n!}$

(*c*) 0 (*d*) इनमें से कोई नहीं

एकाधिक सही प्रकार के प्रश्न

5. यदि p, q, r, s, A.P. में हैं और

$f(x) = \begin{vmatrix} p+\sin x & q+\sin x & p-r+\sin x \\ q+\sin x & r+\sin x & -1+\sin x \\ r+\sin x & s+\sin x & s-q+\sin x \end{vmatrix}$

इस प्रकार से है कि $\int_0^2 f(x)dx = -4$, तो A.P. का सार्व अंतर हो सकता है:

(*a*) –1 (*b*) 1/2 (*c*) –1/2 (*d*) 1

6. यदि $\begin{vmatrix} yz-x^2 & zx-y^2 & xy-z^2 \\ xz-y^2 & xy-z^2 & yz-x^2 \\ xy-z^2 & yz-x^2 & zx-y^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} r^2 & u^2 & u^2 \\ u^2 & r^2 & u^2 \\ u^2 & u^2 & r^2 \end{vmatrix}$ तब–

(*a*) $r^2 = x + y + z$ (*b*) $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

(*c*) $u^2 = yz + zx + xy$ (*d*) $u^2 = xyz$

7. मान लीजिए $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ और $B = A^2$

यदि $(a - b)^2 + (p - q)^2 = 25$, $(b - c)^2 + (q - r)^2 = 36$ और $(c - a)^2 + (r - p)^2 = 49$, तो det $\left(\frac{B}{2}\right)$ निम्न में से किसके द्वारा विभाज्य है–

(*a*) 12 (*b*) 11 (*c*) 15 (*d*) 6

8. यदि $T_n = \begin{vmatrix} n-1 & n-2 & n-6 \\ 2n-4 & 2n-6 & 2n-11 \\ 3n-9 & 3n-12 & 3n-18 \end{vmatrix}$ जहाँ $n \in N$, तब

निम्नलिखित में से कौन सा सही है/हैं?

(*a*) $\prod_{n=1}^{m} T_n = 6^m$ (*b*) $\sum_{n=1}^{10} T_n = 60$

(*c*) $\frac{T_{n+1}}{T_n} = 2$ (*d*) $T_{100} \cdot T_{101} = 48$

9. यदि $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = a^2$; $(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 = b^2$; $(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 = c^2$; और

$4\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}^2 = \lambda(\lambda^3 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)\lambda^2 + \lambda(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_2\lambda_3))$, तो

उत्तरमाला

प्रारम्भ (विषयवार)

1. (*d*)	**2.** (*c*)	**3.** (*c*)	**4.** (*a*)	**5.** (*a*)	**6.** (*d*)	**7.** (*d*)	**8.** (*b*)	**9.** (*b*)	**10.** (*b*)
11. (*d*)	**12.** (*c*)	**13.** (*c*)	**14.** (*b*)	**15.** (*d*)	**16.** (*d*)	**17.** (*d*)	**18.** (*b*)	**19.** (*d*)	**20.** (*a*)
21. (*c*)	**22.** (*b*)	**23.** (*a*)	**24.** (*b*)	**25.** (*d*)	**26.** (*b*)	**27.** (*d*)	**28.** (*c*)	**29.** (*a*)	**30.** (*d*)
31. (*a*)	**32.** (*a*)	**33.** (*a*)	**34.** (*a*)	**35.** (*a*)	**36.** (*b*)				

प्रबल (JEE MAIN स्तरीय)

1. (*a*)	**2.** (*b*)	**3.** (*a*)	**4.** (*a*)	**5.** (*b*)	**6.** (*d*)	**7.** (*c*)	**8.** (*c*)	**9.** (*c*)	**10.** (*b*)
11. (*b*)	**12.** (*d*)	**13.** (*b*)	**14.** (*a*)	**15.** (*b*)	**16.** (*c*)	**17.** (*a*)	**18.** (*d*)	**19.** (*b*)	**20.** (*c*)
21. (*a*)	**22.** (*c*)	**23.** (*d*)	**24.** [2]	**25.** [8]	**26.** [3]	**27.** [626]	**28.** [4]	**29.** [2]	**30.** [8]

परीक्षित (JEE ADVANCED स्तरीय)

1. (*b*)	**2.** (*d*)	**3.** (*a*)	**4.** (*b*)	**5.** (*d*)	**6.** (*d*)	**7.** (*c*)	**8.** (*c*)	**9.** (*b*)	**10.** (*a*, *b*)
11. (*a*, *b*)	**12.** (*b*, *c*)	**13.** (*a*, *b*)	**14.** (*a*, *b*, *c*)	**15.** (*a*)	**16.** (*a*)	**17.** (*d*)	**18.** (*a*)	**19.** (*c*)	**20.** (*d*)
21. (*d*)	**22.** (*d*)	**23.** (*d*)	**24.** [0]	**25.** [1]	**26.** [2]	**27.** [8]	**28.** [2]	**29.** [201]	**30.** [2]

पिछले वर्षों के प्रश्न

1. [28]	**2.** (*b*)	**3.** (*a*)	**4.** (*a*)	**5.** (*d*)	**6.** (*a*)	**7.** (*d*)	**8.** (*d*)	**9.** (*c*)	**10.** (*c*)
11. (*b*)	**12.** (*b*)	**13.** (*a*, *c*)	**14.** (*c*)	**15.** (*c*)	**16.** (*c*)	**17.** [5]	**18.** [1]		

PW चैलेंजर्स

1. (*a*)	**2.** (*d*)	**3.** (*a*)	**4.** (*a*)	**5.** (*a*, *d*)	**6.** (*b*, *c*)	**7.** (*a*, *d*)	**8.** (*a*, *b*)	**9.** (*a*, *b*, *c*, *d*)
10. [2]	**11.** [0]	**12.** [0]	**13.** [64]	**14.** [13]	**15.** (6)	**16.** (*a*)	**17.** (*a*)	**18.** (*a*)
19. (*b*)	**20.** (*c*)	**21.** (*d*)						

"अपने आप में विश्वास करो
कि कुछ भी असंभव नहीं है।"

-ब्रूस ली

PHYSICS WALLAH

लक्ष्य
JEE

कक्षा - XII

- वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र
- स्थिरवैद्युत विभव तथा धारिता
- विद्युत धारा

भौतिक विज्ञान
Module 1

अध्याय

1 वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र

स्थिरवैद्युतिकी

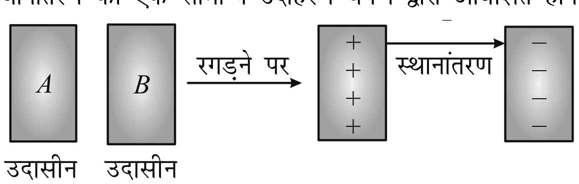
भौतिक विज्ञान की वह शाखा जिसके अंतर्गत हम स्थिर आवेशों के गुणों के विषय में अध्ययन करते हैं, स्थिरवैद्युतिकी कहलाती है।

वैद्युत आवेश

आवेश पदार्थ से सम्बद्ध अदिश भौतिक राशि है जिसके कारण यह वैद्युत और चुंबकीय प्रभाव उत्पन्न करता है और उसका अनुभव करता है। किसी पिंड में इलेक्ट्रॉनों की अधिकता या कमी उसे नेट आवेश प्रदान करता है। ऋणात्मक रूप से आवेशित पिंड में इलेक्ट्रॉनों की अधिकता होती है जबकि धनात्मक रूप से आवेशित पिंड में इलेक्ट्रॉनों की कमी होती है।

वैद्युत आवेश के गुण

1. आवेश एक दूसरे के साथ अंत:क्रिया करते हैं, अर्थात् वे एक-दूसरे पर बल आरोपित करते हैं। समान बिन्दु आवेश एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं जबकि असमान बिन्दु आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।
2. **आवेश दो प्रकार का होता है:** धनात्मक और ऋणात्मक।
3. **एक वियुक्त निकाय का कुल आवेश संरक्षित रहता है** (आवेश का संरक्षण)।
4. **आवेश क्वांटीकृत होता है:** आवेश इलेक्ट्रॉनिक आवेश का एक पूर्णांक गुणज होता है, अर्थात् $Q = Ne$ जहाँ $e = 1.6 \times 10^{-19}\ C$ और N एक पूर्णांक है।
5. **आवेश स्थानांतरित किया जा सकता है:** आवेश को एक पिंड से दूसरे पिंड में स्थानांतरित किया जा सकता है। यह एक पिंड से दूसरे पिंड में इलेक्ट्रॉनों के स्थानांतरण के कारण होता है। आवेश के स्थानांतरण का एक सामान्य उदाहरण घर्षण द्वारा आवेशित होना है।



घर्षण वैद्युत: जब दो पिंडों को एक दूसरे से रगड़ा जाता है, तो वे एक दूसरे को आकर्षित करते हैं। ऐसा इसलिए होता है क्योंकि रगड़ने पर एक पिंड से दूसरे पिंड में इलेक्ट्रॉनों का स्थानांतरण होता है। उनमें से एक पर धनात्मक आवेश और दूसरे पर ऋणात्मक आवेश प्राप्त होता है।

6. **आवेश अपरिवर्तनीय (अचर) है:** किसी कण का आवेश उसकी चाल से स्वतंत्र होता है।
7. आवेश द्रव्यमान के बिना अस्तित्वमान नहीं हो सकता, जबकि द्रव्यमान आवेश के बिना अस्तित्वमान हो सकता है। जैसे न्यूट्रॉन, न्यूट्रिनो, एंटीन्यूट्रिनो सभी द्रव्यमान वाले उदासीन कण हैं।

SI मात्रक: कूलॉम

[1 कूलॉम = 1 ऐम्पियर × 1 सेकंड]

C.G.S. मात्रक: स्टैट कूलॉम या फ्रेंकलिन

1 कूलॉम = 3×10^9 स्टैट कूलॉम

1 कूलॉम = 3×10^9 esu आवेश = $\frac{1}{10}$ emu आवेश

[esu = स्थिरवैद्युत मात्रक]

[emu = वैद्युतचुंबकीय मात्रक]

1 esu आवेश = 1 फ्रेंकलिन

व्यावहारिक मात्रक: 1 ऐम्पियर × घंटा = 3600 कूलॉम और

1 फैराडे = 96500 कूलॉम (इलेक्ट्रॉनों के 1 मोल पर आवेश)

आवेशन की विधियाँ

चालन द्वारा आवेशन

चालन द्वारा आवेशन से तात्पर्य किसी अनावेशित वस्तु को किसी अन्य आवेशित पदार्थ के संपर्क में लाकर आवेशित करने की तकनीक से है।

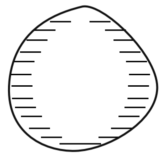
चालन के पश्चात यदि दोनों में से कोई एक वस्तु अनावेशित है तो दोनों वस्तुएँ समान प्रकार का आवेश प्राप्त करती हैं। यद्यपि, यदि दोनों वस्तुएँ आवेशित हैं तो दोनों वस्तुओं पर अंतिम आवेश की प्रकृति उस वस्तु के आवेश पर निर्भर करेगा जिसका परिमाण अधिक होगा।

वैद्युत प्रकृति के अनुसार पदार्थ के तीन प्रकार होते हैं:

1. **चालक:** चालक वे पदार्थ होते हैं जिसमें सबसे बाह्य इलेक्ट्रॉन नाभिक से बहुत शिथिल रूप से बंधे होते हैं, इसलिए वे गति (प्रवाहित होने) के लिए स्वतंत्र होते हैं। अत: चालक में बड़ी संख्या में मुक्त इलेक्ट्रॉन होते हैं।

   उदाहरण: Cu, Ag, Fe, Al जैसी धातुएं।

चरण 4: अब संयोजक तार को वियोजित कीजिए। चालक ऋणात्मक आवेशित हो जाता है।



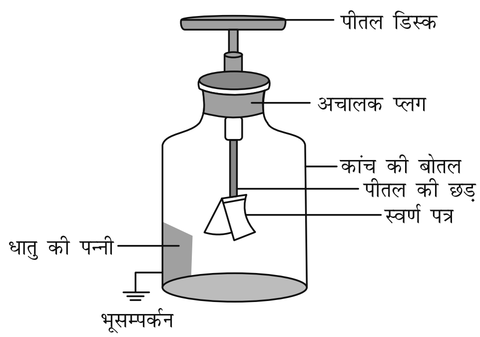
स्वर्ण पत्र वैद्युतदर्शी

स्वर्ण पत्र वैद्युतदर्शी एक ऐसा उपकरण है जिसका उपयोग किसी पिंड पर आवेश का पता लगाने के लिए किया जाता है।

स्वर्ण पत्र वैद्युतदर्शी को एक प्रकार के वैद्युतदर्शी के रूप में परिभाषित किया जाता है जिसमें दो स्वर्ण पत्तियाँ होती हैं और इसका उपयोग पिंड के वैद्युत आवेश का पता लगाने और इसकी ध्रुवता के वर्गीकरण के लिए किया जाता है।

स्वर्ण पत्र वैद्युतदर्शी का निर्माण

स्वर्ण पत्र वैद्युतदर्शी में पीतल की एक छड़ होती है जिसके ऊपर पीतल की डिस्क होती है और नीचे की तरफ पन्नी के रूप में दो पतले स्वर्ण पत्र होते हैं। छड़ अपनी जगह पर बने रहने के लिए अचालक से होकर गुजरती है। डिस्क से आवेश छड़ से होकर पत्तियों तक पहुँचते हैं। जार के निचले हिस्से में एक पतली एल्युमीनियम पन्नी जुड़ी होती है। एल्युमीनियम पन्नी को तांबे के तार की मदद से भूसम्पर्कन किया जाता है ताकि पत्तियाँ बाह्य वैद्युतीय व्यवधानों से सुरक्षित रहें।



स्वर्ण पत्र वैद्युतदर्शी के अनुप्रयोग

स्वर्ण पत्र वैद्युतदर्शी के अनुप्रयोग निम्नलिखित हैं:

- आवेश का पता लगाना।
- आवेश की प्रकृति की पहचान।
- पिंड के चालक या कुचालक के रूप में पहचान

आवेश का पता लगाना

आवेश का पता लगाने के लिए, जिस वस्तु का परीक्षण करना है, उसे धातु की टोपी से स्पर्श कराया जाता है। यदि पत्तियाँ अलग हो जाती हैं, तो पिंड को आवेशित कहा जाता है, और यदि वैद्युतदर्शी की पत्तियों में कोई परिवर्तन नहीं होता है, तो पिंड अनावेशित होता है।

आवेश की प्रकृति की पहचान

आवेश की प्रकृति की पहचान करने के लिए, आइए एक उदाहरण पर विचार करें। एक धनात्मक आवेशित पिंड को धातु की टोपी के पास लाया जाता है। फिर एक अज्ञात पिंड को धातु की टोपी के पास लाया जाता है। यदि पत्तियाँ और अधिक अलग हो जाती हैं, तो हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि अज्ञात पिंड पर धनात्मक आवेश है। यदि पत्तियाँ एक-दूसरे के निकट आती हैं, तो अज्ञात पिंड का आवेश ऋणात्मक होता है।

किसी पिंड के चालक या कुचालक के रूप में पहचान

यह पहचानने के लिए कि कोई पिंड चालक है या कुचालक, दो स्वर्ण पत्र वैद्युतदर्शी लिए जाते हैं। एक स्वर्ण पत्र वैद्युतदर्शी को इस तरह आवेशित किया जाता है कि पत्तियां अलग हो जाएं। फिर दूसरे स्वर्ण पत्र वैद्युतदर्शी को पिंड के माध्यम से पहले वाले स्वर्ण पत्र वैद्युतदर्शी से जोड़ा जाता है। यदि दूसरे वैद्युतदर्शी की पत्तियां अलग हो जाती हैं, तो पिंड चालक है और यदि पत्तियों में कोई बदलाव नहीं होता है, तो पिंड कुचालक है।

कूलॉम नियम

कूलॉम का नियम कहता है कि दो स्थिर बिन्दु आवेशों के बीच आकर्षण या प्रतिकर्षण बल आवेशों के गुणनफल के समानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। यह बल बिन्दु आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है।

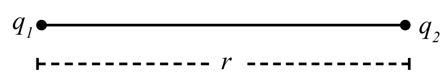
यदि q_1 और q_2 आवेश हैं

r = उनके बीच की दूरी

F = उनके बीच कार्य करने वाला बल

तब $F \propto q_1 q_2$ - $F \propto \frac{1}{r^2}$ $\quad \therefore F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$

$$F = \frac{1}{4\pi \in_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$



$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

[स्थिरवैद्युत मात्रक (*esu*) में आनुपातिक स्थिरांक = 1]

$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ C²/Nm² = मुक्त आकाश या निर्वात की वैद्युतशीलता

माध्यम के प्रभाव

किसी माध्यम की वैद्युतशीलता या परावैद्युतांक, निर्वात में एक निश्चित दूरी से पृथक किए गए दो आवेशों के बीच लगने वाले स्थिरवैद्युत बल तथा समान माध्यम में समान दूरी से अलग किए गए समान दो आवेशों के बीच लगने वाले स्थिरवैद्युत बल का अनुपात होता हैं।

$$F_{vacuum} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ तथा } F_{medium} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{medium}}{F_{vacuum}} = \frac{1}{\varepsilon_r} = \frac{1}{K}$$

ε_r या K = माध्यम का परावैद्युतांक या सापेक्ष वैद्युतशीलता या विशिष्ट प्रेरणिक क्षमता।

वैद्युतशीलता: वैद्युत परिपथता वैद्युत आवेशों के आसपास के माध्यम की वैद्युत बल रेखाओं को अपने से होकर गुजरने देने की क्षमता का माप है। यह आवेशों के बीच बलों को निर्धारित करता है।

आपेक्षिक वैद्युतशीलता: किसी माध्यम की आपेक्षिक वैद्युतशीलता या परावैद्युतांक (ε_r या K) को माध्यम की वैद्युतशीलता ε और मुक्त आकाश की वैद्युतशीलता ε_0 के अनुपात के रूप में परिभाषित किया जाता है।

$i.e.\ \varepsilon_r$ अथवा $K = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$

वैद्युतशीलता की विमा

$[M^{-1} L^{-3} T^4 A^2]$

विभिन्न माध्यमों का परावैद्युतांक

माध्यम	निर्वात	वायु	जल	अभ्रक
ε	1	1.00059	80	6

टेफलॉन	कांच	PVC	धातु
2	5-10	4.5	∞

सदिश रूप में कूलॉम का नियम

एक आवेश q_1 को A पर रखा जाता है जिसका स्थिति सदिश $\vec{r}_1$ है। एक दूसरे आवेश q_2 को B पर, जिसका स्थिति सदिश $\vec{r}_2$ है, इस प्रकार रखा जाता है कि $|\overrightarrow{AB}| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = r$.

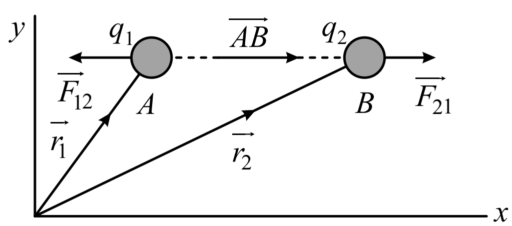
बल का परिमाण इस प्रकार व्यक्त किया जाता है–

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

q_1 के कारण q_2 पर बल, सदिश रूप में, निम्न रूप में दिया जाता है

$\vec{F}_{21} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1q_2}{r^2}\widehat{AB}$, जहां $\widehat{AB}$, A और B को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश एक इकाई सदिश है, जो A से B की ओर इंगित करता है।

$$\Rightarrow \vec{F}_{21} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{q_1q_2}{r^2}\frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{q_1q_2}{r^3}\cdot(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$



ठीक इसी प्रकार, q_2 के कारण q_1 पर बल इस प्रकार व्यक्त किया जाता है,

$$\vec{F}_{12} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{q_1q_2}{r^2}\frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{q_1q_2}{r^3}\cdot(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

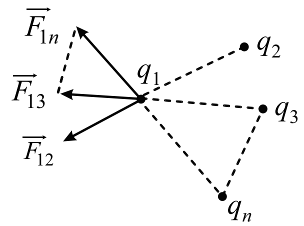
ध्यान दीजिए कि $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

दोनों बल क्रिया-प्रतिक्रिया युग्म हैं

अध्यारोपण का सिद्धांत

निर्वात में n स्थिर आवेशों $q_1, q_2, q_3, \ldots q_n$ के एक निकाय पर विचार कीजिए। $q2, q3 \ldots q_n$ के कारण q_1 पर कितना बल है? इस प्रश्न का उत्तर देने के लिए कूलॉम का नियम पर्याप्त नहीं है। किसी भी आवेश पर कई अन्य आवेशों के कारण लगने वाला बल उस आवेश पर एक-एक करके लिए गए अन्य आवेशों के कारण लगने वाले सभी बलों का सदिश योग होता है। अन्य आवेशों की उपस्थिति के कारण किसी एक आवेश पर लगाया गया विशिष्ट बल प्रभावित नहीं होता है। इसे 'अध्यारोपण का सिद्धांत' कहा जाता है। (ध्यान दें कि अध्यारोपण का सिद्धांत, कूलॉम के नियम से स्वतंत्र है और सम्पूर्ण स्थिरवैद्युतिकी मूल रूप से कूलॉम के नियम और अध्यारोपण सिद्धांत दोनों का परिणाम है)।

अब, q_1 पर लगने वाले बल को q_1 पर क्रमशः $q_2, q_3 \ldots\ldots q_n$, द्वारा लगाए गए बलों $\vec{F}_{12}, \vec{F}_{13} \ldots\ldots \vec{F}_{1n}$ की अलग-अलग गणना करके और फिर इन बलों को सदिश रूप से जोड़कर ज्ञात किया जा सकता है।



अतः $\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots\ldots + \vec{F}_{1n}$

$$\therefore \vec{F}_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_2\hat{r}_{12}}{r_{12}^2} + \frac{q_3\hat{r}_{13}}{r_{13}^2} + \ldots\ldots + \frac{q_n\hat{r}_{1n}}{r_{1n}^2}\right]$$

$= \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\sum_{i=2}^{n}\frac{q_i\hat{r}_{1i}}{r_{1i}^2}$ जहां $\vec{r}_{1i} = \vec{r}_1 - \vec{r}_i$ तथा $\hat{r}_{1i} = \dfrac{\vec{r}_1 - \vec{r}_i}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_i|}$

हल सहित उदाहरण

1. दो बराबर बिंदु आवेश ($10^{-3}\,C$) को परावैद्युतांक $K = 5$ के माध्यम में 1cm दूरी पर रखा गया है।

(a) बिंदु आवेशों के बीच अन्योन्य क्रिया बल ज्ञात कीजिए।

(b) किसी भी आवेश पर नेट बल।

हल: (a) बिन्दु आवेश के बीच अन्योन्य क्रिया बल

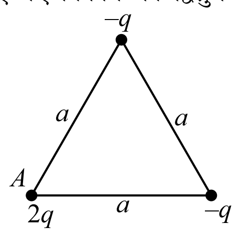
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2} = 9\times10^9\frac{\left(10^{-3}\right)^2}{\left(10^{-2}\right)^2} = 9\times10^7\,N$$

(b) किसी एक आवेश पर नेट बल

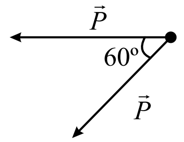
$$F' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{q_1q_2}{r^2} = \frac{9\times10^9}{5}\frac{\left(10^{-3}\right)^2}{\left(10^{-2}\right)^2} = 18\times10^6\,N$$

हल सहित उदाहरण

25. चित्र में दर्शाए गए निकाय का द्विध्रुव आघूर्ण क्या है?



हल: $P = qa$ के दो द्विध्रुव हैं



अत: $P_{net} = \sqrt{3}P = \sqrt{3}qa$

26. एक इलेक्ट्रॉन और एक प्रोटॉन 1Å की दूरी पर रखे गए हैं। इस प्रकार बने द्विध्रुव का द्विध्रुव आघूर्ण क्या होगा?

हल: $p = qd = 1.6 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{-10}$

$= 1.6 \times 10^{-29}$ कूलॉम मीटर

27. अक्षीय रेखा पर मध्य बिंदु से दूरी r पर एक लघु द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र, विषुवत रेखा पर मध्य बिंदु से दूरी r_1 पर विद्युत क्षेत्र के समान है। अनुपात $\frac{r}{r_1}$ निर्धारित कीजिए।

हल: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r_1^3}$

$\frac{2}{r^3} = \frac{1}{r_1^3}$ or $\frac{r^3}{r_1^3} = 2$

या $\frac{r}{r_1} = 2^{1/3}$

प्रारम्भ (विषयवार)

कूलॉम बल

1. एक कूलॉम आवेश में इलेक्ट्रॉनों की संख्या होगी− ($1e = 1.6 \times 10^{-19}$ C)

(a) 5.46×10^{29} (b) 6.25×10^{18}

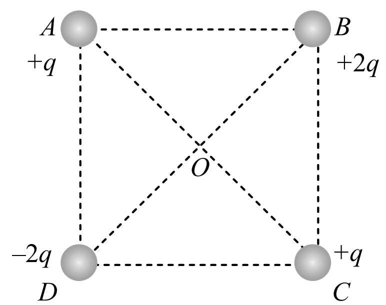
(c) 1.6×10^{19} (d) 9×10^{11}

2. वायु में तथा परावैद्युतांक K वाले माध्यम में नियत आवेश के दो छोटे गोलों के बीच बलों का अनुपात है−

(a) $1 : K$ (b) $K : 1$

(c) $1 : K^2$ (d) $K^2 : 1$

3. चार आवेश एक वर्ग $ABCD$ के कोनों पर व्यवस्थित हैं, जैसा कि संलग्न चित्र में दिखाया गया है। केंद्र O पर रखे गए आवेश पर बल है−



(a) शून्य (b) विकर्ण AC के अनुदिश

(c) विकर्ण BD के अनुदिश (d) भुजा AB पर लम्बवत

4. कुल आवेश Q को दो भागों Q_1 और Q_2 में तोड़ा गया है और उन्हें एक दूसरे से R दूरी पर रखा गया है। उनके बीच अधिकतम प्रतिकर्षण बल तब लगेगा, जब−

(a) $Q_2 = \frac{Q}{R}, Q_1 = Q - \frac{Q}{R}$ (b) $Q_2 = \frac{Q}{4}, Q_1 = Q - \frac{2Q}{3}$

(c) $Q_2 = \frac{Q}{4}, Q_1 = \frac{3Q}{4}$ (d) $Q_1 = \frac{Q}{2}, Q_2 = \frac{Q}{2}$

5. दो बराबर आवेशों Q को मिलाने वाली रेखा के केंद्र पर एक आवेश q रखा गया है। तीनों आवेशों का निकाय संतुलन में होगा, यदि q बराबर है−

(a) $-\frac{Q}{2}$ (b) $-\frac{Q}{4}$ (c) $+\frac{Q}{4}$ (d) $+\frac{Q}{2}$

6. 2×10^{-8} C आवेश वाले दो आवेश कणों को 1 मीटर लंबाई की एक वैद्युतरोधी डोरी द्वारा जोड़ा जाता है और निकाय को एक चिकनी क्षैतिज मेज पर रखा जाता है, डोरी में तनाव क्या है?

(a) 3.6×10^{-6}N (b) 4×10^{-7}N

(c) 3.4×10^{-6}N (d) 3×10^{-4}N

7. बिन्दु आवेश $+4q, -q$ तथा $+4q$ को X-अक्ष पर क्रमश: बिन्दु $x = 0$, $x = a$ तथा $x = 2a$ पर रखा गया है।

(a) केवल $-q$ स्थिर साम्यावस्था में है

(b) सभी आवेश स्थिर साम्यावस्था में हैं

(c) सभी आवेश अस्थिर साम्यावस्था में हैं

(d) कोई भी आवेश साम्यावस्था में नहीं है

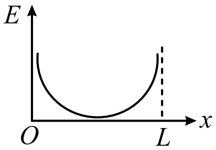
8. दो गोलों पर आवेश क्रमश: $+10\mu$C तथा -5μC हैं। वे एक बल F का अनुभव करते हैं। यदि उनमें से प्रत्येक को एक अतिरिक्त आवेश

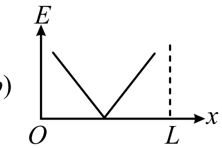
1. प्रत्येक पर समान धनात्मक आवेश Q (कूलॉम) वाली दो छोटी गेंदों को एक स्टैंड पर लगे हुक से समान लंबाई 'L' मीटर की दो विद्युतरोधी डोरी द्वारा लटकाया जाता है। पूरे सेटअप को एक उपग्रह में अंतरिक्ष में ले जाया जाता है जहाँ कोई गुरुत्व नहीं (भारहीनता की स्थिति) है। तब दोनों डोरी के बीच का कोण (θ) है–

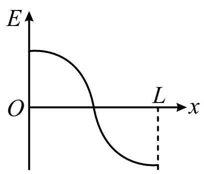
(*a*) 0° (*b*) 90°

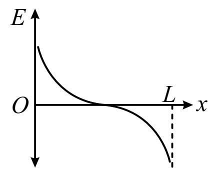
(*c*) 180° (*d*) $0° < \theta < 180°$

2. दो समान बिन्दु आवेशों को L के पृथकन पर रखा गया है। P आवेशों को मिलाने वाली रेखा पर स्थित एक बिन्दु है, जो किसी एक आवेश से x दूरी पर है। P पर क्षेत्र E है। E को x के विरुद्ध शून्य के निकट से L से थोड़ा कम तक x के मानों के लिए प्लॉट किया गया है। निम्नलिखित में से कौन सा परिणामी वक्र को सर्वोत्तम रूप से दर्शाता है?

(*a*) 

(*b*) 

(*c*) 

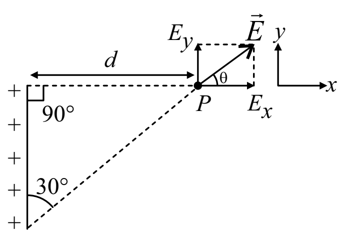
(*d*) 

3. आवेश q और त्रिज्या R वाली एकसमान रूप से आवेशित वलय के अक्ष पर अधिकतम विद्युत क्षेत्र की तीव्रता होगी–

(*a*) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{3\sqrt{3}R^2}$ (*b*) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2q}{3R^2}$

(*c*) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2q}{3\sqrt{3}R^2}$ (*d*) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{3q}{2\sqrt{3}R^2}$

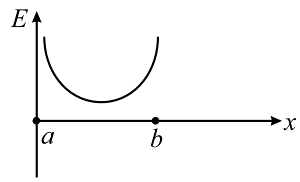
4. एक समान रूप से आवेशित परिमित छड़ के कारण बिंदु P पर $\vec{E}$ की दिशा (θ) होगी–



(*a*) x-अक्ष से 30° पर (*b*) x-अक्ष से 45° पर

(*c*) x-अक्ष से 60° पर (*d*) इनमें से कोई नहीं

5. दो बिन्दु आवेश a और b, जिनके परिमाण समान हैं, एक दूसरे से एक निश्चित दूरी पर स्थित हैं, तथा मूल बिन्दु a है। a और b के बीच बिन्दुओं पर विद्युत क्षेत्र की प्रबलता E तथा a से x दूरी के बीच ग्राफ खींचा गया है। E को धनात्मक माना जाता है, यदि यह a से b को जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश है। ग्राफ से यह तय किया जा सकता है कि–



(*a*) a धनात्मक है, b ऋणात्मक है

(*b*) a और b दोनों धनात्मक हैं

(*c*) a और b दोनों ऋणात्मक हैं

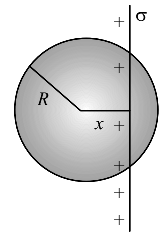
(*d*) a ऋणात्मक है, b धनात्मक है

6. त्रिज्या (R) और लंबाई (L) वाला एक शंकु अपने अक्ष के समांतर एकसमान विद्युत क्षेत्र (E) में रखा गया है। शंकु की कुल सतह के लिए कुल फ्लक्स होगा–

(*a*) $2\pi R^2 LE$ (*b*) $\pi R^2 LE$

(*c*) $\dfrac{2\pi R^2 L}{E}$ (*d*) शून्य

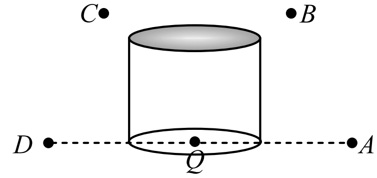
7. एक अनंत, एक समान रूप से आवेशित शीट जिसका पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है, त्रिज्या R की एक गोलीय गाउसीय पृष्ठ को उसके केंद्र से x दूरी पर काटती है, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। गाउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स ϕ है–



(*a*) $\dfrac{\pi R^2 \sigma}{\varepsilon_0}$ (*b*) $\dfrac{2\pi(R^2 - x^2)\sigma}{\varepsilon_0}$

(*c*) $\dfrac{\pi(R - x)^2 \sigma}{\varepsilon_0}$ (*d*) $\dfrac{\pi(R^2 - x^2)\sigma}{\varepsilon_0}$

8. चित्र में एक आवेश Q को बेलन के खुले फ़लक के केंद्र पर रखा गया है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। एक दूसरा आवेश q, स्थितियों A, B, C और D में से किसी एक पर रखा जाता है, जिसमें से A और D स्थितियाँ बेलन के खुले फलक के समांतर एक सीधी रेखा में स्थित हैं। इस दूसरे आवेश की किस स्थिति में, बेलन से होकर गुजरने वाले विद्युत क्षेत्र का फ्लक्स अपरिवर्तित रहता है?



(*a*) A और D (*b*) B

(*c*) C (*d*) B और C

एकाधिक सही प्रकार के प्रश्न

1. दो बराबर ऋणात्मक आवेश $-q$, y-अक्ष पर बिंदु $(0, a)$ और $(0, -a)$ पर स्थिर हैं। एक धनात्मक आवेश Q को x-अक्ष पर बिंदु $(2a, 0)$ पर विरामावस्था से मुक्त किया जाता है।

आवेश Q-

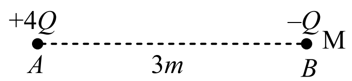
(*a*) मूल बिन्दु के परितः सरल आवर्त गति निष्पादित करेगा

(*b*) मूल बिन्दु पर अधिकतम वेग रखेगा

(*c*) अनंत तक गति करेगा

(*d*) दोलनी गति करेगा परंतु सरल आवर्त गति निष्पादित नहीं करेगा

2. दो स्थिर आवेश $4Q$ (धनात्मक) और Q (ऋणात्मक) A और B पर स्थित हैं, दूरी AB $3m$ है।



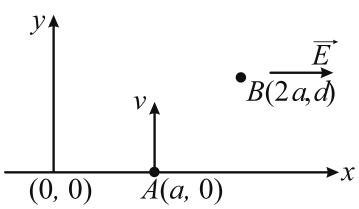
(*a*) बिंदु P जहां दोनों के कारण परिणामी क्षेत्र शून्य है, AB के बाहर AB पर है

(*b*) वह बिंदु P जहाँ दोनों के कारण परिणामी क्षेत्र शून्य है, AB के अंदर AB पर है

(*c*) यदि P पर एक धनात्मक आवेश रखा जाता है और AB के अनुदिश थोड़ा विस्थापित किया जाता है तो यह दोलन करेगा

(*d*) यदि P पर एक ऋणात्मक आवेश रखा जाता है और AB के अनुदिश थोड़ा विस्थापित किया जाता है तो यह दोलन करेगा

3. किसी क्षेत्र में E प्रबलता का एकसमान विद्युत क्षेत्र विद्यमान है। एक इलेक्ट्रॉन (आवेश $-e$, द्रव्यमान m) वेग v से बिंदु A में प्रवेश करता है। यह विद्युत क्षेत्र से होकर गुजरता है और बिंदु B पर बाहर निकलता है। तब–



(*a*) $\vec{E} = -\frac{2\,amv^2}{ed^2}\hat{i}$

(*b*) B पर विद्युत क्षेत्र द्वारा किए गए कार्य की दर $\frac{4\,ma^2v^3}{d^3}$ है

(*c*) A पर विद्युत क्षेत्र द्वारा किए गए कार्य की दर शून्य है

(*d*) B पर वेग $\frac{2av}{d}\hat{i} + v\hat{j}$ है

4. एक तेल की बूंद का आवेश -96×10^{-19} C तथा द्रव्यमान 1.6×10^{-15} g है। जब इसे गिरने दिया जाता है, तो वायु प्रतिरोध बल के कारण यह एक नियत वेग प्राप्त कर लेती है। फिर यदि तेल की बूंद को समान नियत चाल से ऊपर चढ़ाने के लिए एकसमान विद्युत क्षेत्र को ऊर्ध्वाधर रूप से लगाया जाए, तो निम्न में से कौन सा सही है? ($g = 10$ ms^{-2}) (मान लें कि दोनों मामलों में प्रतिरोध बल का परिमाण समान है)

(*a*) विद्युत क्षेत्र ऊपर की ओर निर्देशित होता है

(*b*) विद्युत क्षेत्र नीचे की ओर निर्देशित होता है

(*c*) विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $\frac{1}{3}\times10^2$ NC^{-1} है

(*d*) विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $\frac{1}{6}\times10^5$ NC^{-1} है

5. एक विद्युत क्षेत्र मूल बिंदु पर अभिसरित होता है जिसका परिमाण $E = 100r$ N/C द्वारा दिया जाता है, जहाँ r मूल बिंदु से मापी गई दूरी है।

(*a*) मूल बिन्दु पर केन्द्र वाले किसी गोलाकार आयतन में निहित कुल आवेश ऋणात्मक होता है

(*b*) किसी गोलाकार आयतन में निहित कुल आवेश, चाहे उसका केन्द्र कहीं भी हो, ऋणात्मक होता है

(*c*) मूल बिन्दु पर केन्द्र वाले 3 सेमी त्रिज्या वाले गोलाकार आयतन में निहित कुल आवेश का परिमाण लगभग 3×10^{-13}C होता है

(*d*) मूल बिन्दु पर केन्द्र वाले 3 सेमी त्रिज्या वाले गोलाकार आयतन में निहित कुल आवेश का परिमाण लगभग 3×10^{-9}C होता है

6. एक वैद्युत द्विध्रुव को एक बिन्दु आवेश द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र में रखा जाता है।

(*a*) द्विध्रुव पर बल लगेगा

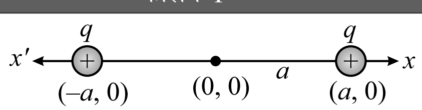
(*b*) द्विध्रुव पर बलाघूर्ण लगेगा

(*c*) क्षेत्र में एक ऐसा पथ (बंद नहीं) ढूँढना संभव है जिस पर द्विध्रुव को गति देने के लिए आवश्यक कार्य शून्य हो

(*d*) द्विध्रुव स्थिर साम्यावस्था में हो सकता है

स्तंभों के मिलान संबंधी प्रश्न

7. कॉलम-I में $2a$ से अलग दो बिंदु आवेश निकाय दिया गया है और कॉलम-II में x-अक्ष के अनुदिश विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के परिमाण में परिवर्तन दिया गया है। कॉलम-I की स्थिति को कॉलम-II के परिणामों से मिलाएं।

कॉलम-I		कॉलम-II	
A.		p.	$0 \le x < a$ के अंतराल में x के बढ़ने पर बढ़ता है।

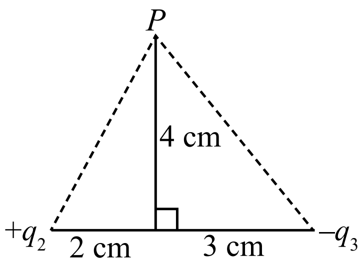
1. निर्वात में 'r' सेमी दूरी पर रखे गए दो बिंदु आवेश q_1 और q_2 के बीच बल F है। जब उन्हें '$r/5$' सेमी दूरी पर परावैद्युत $K = 5$ वाले माध्यम में रखा जाता है, तो उनके बीच बल होगा

(JEE Main 2024)

(*a*) $F/25$ (*b*) $5F$

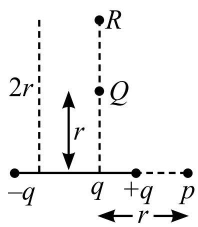
(*c*) $F/5$ (*d*) $25F$

2. यदि Y अक्ष के अनुदिश बिंदु P पर नेट विद्युत क्षेत्र शून्य है, तो $\left|\dfrac{q_2}{q_3}\right|$ का अनुपात $\dfrac{8}{5\sqrt{x}}$, जहां $x =$ __________ **(JEE Main 2024)**



3. वैद्युत द्विध्रुव के कारण बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र E है। विषुवतीय रेखा पर बिंदु R पर विद्युत क्षेत्र E/x होगा। x का मान

(JEE Main 2024)

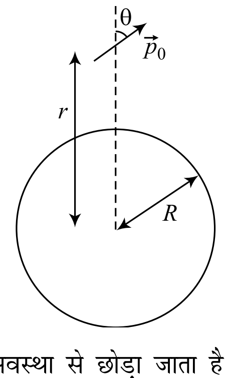


4. $5Q$ और $-2Q$ के दो आवेश क्रमशः $(3a, 0)$ और $(-5a, 0)$ बिंदुओं पर स्थित हैं। मूल बिंदु पर केंद्र वाले त्रिज्या '$4a$' के एक गोले से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स है: **(JEE Main 2024)**

(*a*) $\dfrac{2Q}{\varepsilon_0}$ (*b*) $\dfrac{5Q}{\varepsilon_0}$

(*c*) $\dfrac{7Q}{\varepsilon_0}$ (*d*) $\dfrac{3Q}{\varepsilon_0}$

5. एक सूक्ष्म वैद्युत द्विध्रुव $\vec{p}_0$ में, जिसका अपने केंद्र के परितः जड़त्व आघूर्ण I है, को त्रिज्या R की एक गोलीय सतह के केंद्र से r दूरी पर रखा गया है। इस गोलीय सतह पर एकसमान क्षेत्रीय आवेश घनत्व σ है। इस द्विध्रुव को आरम्भ में चित्रानुसार एक सूक्ष्म कोण θ पर रखा है। यह द्विध्रुव दूरी r पर स्थिर रहते हुए अपने कंद्र के परितः घूर्णन के लिए स्वतंत्र है। **(JEE Adv. 2024)**



यदि इसे स्थिर अवस्था से छोड़ा जाता है तो निम्न में से कौन सा/से कथन सही है (हैं)?

[$\hat{I}_0$ मुक्त आकाश की वैद्युतशीलता है।]

(*a*) किसी भी परिमित दूरी r पर द्विध्रुव लघु दोलन (small oscillations) करेगा।

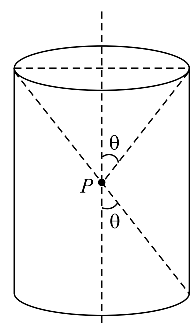
(*b*) किसी भी परिमित दूरी $r > R$ के लिए द्विध्रुव लघु दोलन करेगा।

(*c*) यदि $r = 2R$ हो तो द्विध्रुव $\sqrt{\dfrac{2\sigma p_0}{\epsilon_0 I}}$ कोणीय आवृत्ति से लघु दोलन करेगा

(*d*) यदि $r = 10R$ हो तो द्विध्रुव $\sqrt{\dfrac{\sigma p_0}{100\,\epsilon_0 I}}$ कोणीय आवृत्ति से लघु दोलन करेगा।

6. एक आवेश को एक बेलनाकार क्षेत्र के केंद्र बिंदु P पर चित्रानुसार रखा गया है जिससे बेलन के दो छोर, बिंदु P पर θ अर्ध-कोण अंतरित करते हैं। जब $\theta = 30°$ तो बेलन के बेलनाकार पृष्ठ से वैद्युत फ्लक्स (flux) है। यदि $\theta = 60°$ तो बेलनाकार पृष्ठ से वैद्युत फ्लक्स $\phi/\sqrt{n}$ है, जहाँ n का मान ________ है।

(JEE Adv. 2024)



7. 4.9×10^5 N/C के परिमाण वाला ऊर्ध्वाधर विद्युत क्षेत्र, 0.1 g द्रव्यमान की पानी की एक बूंद को गिरने से रोकने के लिए पर्याप्त है। बूंद के ऊपर उपस्थित आवेश का मान होगा:

(JEE Main 2022)

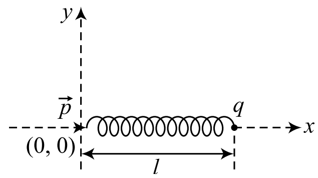
(दिया है, $g = 9.8$ m/s^2)

(*a*) 1.6×10^{-9} C (*b*) 2.0×10^{-9} C

(*c*) 3.2×10^{-9} C (*d*) 0.5×10^{-9} C

8. नीचे दो कथन दिए गए हैं: इनमें से एक अभिकथन (A) द्वारा एवं दूसरा कारण (R) द्वारा निरूपित है। **(JEE Main 2022)**

14. उपेक्षणीय अतानित (unstretched) लम्बाई की एक कमानी (spring), जिसका कमानी-नियातंक k है, का एक सिरा मूल-बिंदु $(0, 0)$ से सम्बद्ध (fixed) है। एक बिंदु-कण, जिसका द्रव्यमान m तथा धनात्मक वैद्युत आवेश q है, कमानी के दूसरे सिरे से सम्बद्ध है। यह निकाय एक चिकने क्षैतिज तल पर रखा गया है। यदि आवेश q की ओर निर्दिष्ट, एक बिंदु-द्विध्रुव (point dipole) $\vec{p}$ को मूल-बिंदु पर सम्बद्ध किया जाय, तो खिंचाव के कारण निकाय की नई साम्यावस्था में कमानी की लम्बाई l हो जाती है (नीचे चित्र देखें)। अब यदि बिंदु-कण को साम्यावस्था से $\Delta l\,(\Delta l << l)$ विस्थापित करके मुक्त किया जाय तब यह $\frac{1}{\delta}\sqrt{\frac{k}{m}}$ की आवृत्ति से दोलन करता है। δ का मान ________ है। **(JEE Adv. 2020)**



15. एक वृत्ताकार चक्रिका (disc), जिसकी त्रिज्या R है, पर पृष्ठीय आवेश घनत्व $\sigma(r) = \sigma_o\left(1-\frac{r}{R}\right)$ है, जहां σ_o एक स्थिरांक है एवं r चक्रिका के केंद्र से दूरी है। एक बड़े गोलीय पृष्ठ, जो इस आवेशित चक्रिका को पूरी तरह से परिबद्ध (enclose) करता है, से गुजरने वाला वैद्युत ϕ_o फ्लक्स है। एक अन्य गोलीय पृष्ठ, जो चक्रिका के साथ संकेंद्रित है एवं जिसकी त्रिज्या $\frac{R}{4}$ है, से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स ϕ है। तब अनुपात $\frac{\phi_o}{\phi}$ का मान ________ है।

(JEE Adv. 2020)

16. दो समरस (identical) अचालक (non & conducting) ठोस गोले, जिनके द्रव्यमान एवं आवेश एकसमान हैं, एक उभयनिष्ठ (common) बिंदु से दो द्रव्यमान रहित अचालक डोरियों (strings) के द्वारा वायु में लटक रहे हैं। दोनों डोरियों की लम्बाई एकसमान है। साम्यावस्था में दोनों डोरियों के बीच का कोण α है। यह गोले अब एक परावैद्युत (dielectric) द्रव में डुबाये जाते हैं। इस द्रव का घनत्व $800\ \text{kg m}^{-3}$ और परावैद्युतांक 21 है। द्रव में डुबाने के बाद यदि दोनों डोरियों के बीच का कोण पहले जितना ही रहे, तब **(JEE Adv. 2020)**

(*a*) गोलों के बीच का वैद्युत बल भी अपरिवर्तित रहता है।

(*b*) गोलों के बीच का वैद्युत बल कम हो गया है।

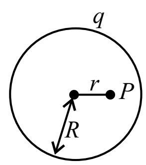
(*c*) गोलों का द्रव्यमान घनत्व $840\ \text{kg m}^{-3}$ है।

(*d*) गोलों को बांधने वाली डोरियों में विद्यमान तनाव बदलता नहीं है।

PW चैलेंजर्स

एकल सही प्रकार के प्रश्न

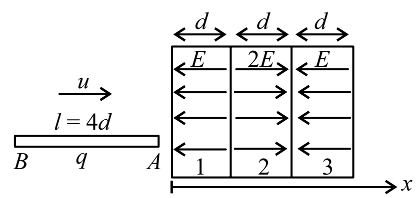
1. आवेश q त्रिज्या R की एक वलय की परिधि पर समान रूप से वितरित है। वलय के केंद्र से r दूरी पर और वलय के तल में विद्युत क्षेत्र $(r << R)$ है। [संकेत: आप गाउस के नियम का उपयोग कर सकते हैं]



(*a*) $\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$ (*b*) $\frac{3qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$

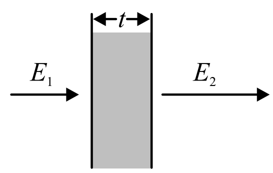
(*c*) $\frac{qr}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$ (*d*) $\frac{3qr}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$

2. द्रव्यमान m और लंबाई $l = 4d$ की एक पतली विद्युतरोधी छड़, जिस पर एकसमान धनात्मक आवेश q है, u वेग से गति करते हुए विद्युत क्षेत्र के तीन खंड क्षेत्र में प्रवेश करती है। तीनों खंड बराबर मोटाई d के हैं। खंड 1 और खंड 3 में विद्युत क्षेत्र का परिमाण E है और यह प्रारंभिक वेग की दिशा के विपरीत है जबकि यह दूसरे खंड में प्रारंभिक वेग की दिशा में है और इसका परिमाण $2E$ है। मान लें कि छड़ का आवेश वितरण एकसमान है। न्यूनतम वेग u जिसके साथ छड़ को प्रक्षेपित किया जाना चाहिए ताकि यह तीनों खंडों से होकर गुजरे:



(*a*) $\sqrt{\frac{3qE}{2ml}}d$ (*b*) $\sqrt{\frac{5qE}{2ml}}d$ (*c*) $\sqrt{\frac{7qE}{2ml}}d$ (*d*) $\sqrt{\frac{9qE}{2ml}}d$

3. एकसमान मोटाई t के आवेश की एक असीम रूप से बड़ी परत को मौजूदा एकसमान विद्युत क्षेत्र के लंबवत रखा गया है। इस आवेश परत की उपस्थिति विद्युत क्षेत्र को इस तरह बदल देती है कि यह दोनों तरफ एकसमान बनी रहती है और चित्र में दिखाए अनुसार E_1 और E_2 मान लेती है। परत में आवेश वितरण एकसमान नहीं है और केवल इसके फलकों से दूरी पर निर्भर करता है। आवेश परत द्वारा अनुभव किए गए प्रति एकांक क्षेत्रफल पर बल के लिए व्यंजक ज्ञात कीजिए।



(*a*) $\frac{\varepsilon_0}{2}(E_1 - E_2)^2$ (*b*) $\frac{1}{4}\varepsilon_0(E_1 - E_2)^2$

(*c*) $\frac{\varepsilon_0}{4}(E_2^2 - E_1^2)$ (*d*) $\frac{1}{2}\varepsilon_0(E_2^2 - E_1^2)$

PHYSICS WALLAH

लक्ष्य JEE

कक्षा - XII

- विलयन
- वैद्युत रसायन
- रासायनिक बलगतिकी
- हैलोऐल्केन तथा हैलोऐरीन
- एल्कोहॉल, फ़ीनॉल और ईथर

रसायन विज्ञान

Module 1

अध्याय 1

विलयन

विलयन के प्रकार

एक विलयन, दो अथवा दो से अधिक पदार्थों का समांगी मिश्रण है जो कि रासायनिक रुप से परस्पर अक्रियाशील होते हैं। हमारे सामान्य दैनिक जीवन में बहुत से प्रकार के विलयन पाये जाते हैं। उदाहरण: ठोस-द्रव, द्रव-द्रव, द्रव-गैस। इस अध्याय में हम विलेयनों के बहुत से लक्षणों तथा उनके अनुप्रयोगों का अध्ययन करेगें।

विलयन: दो अथवा दो से अधिक पदार्थों का एक समांगी मिश्रण विलयन कहलाता है।

विलेय: एक विलयन में, न्यून मात्रा में उपस्थित पदार्थ, विलेय कहलाता है।

विलायक: एक विलयन में अधिक मात्रा में उपस्थित पदार्थ, विलायक कहलाता है।

❖ **विलयनों के प्रकार**

क्र. सं.	विलय	विलायक	विलयनों के प्रकार	उदाहरण
		ठोस विलयन		
1.	ठोस	ठोस	ठोस में ठोस	ब्रास, ब्रोन्ज, कॉपर तथा गोल्ड की मिश्र धातु आदि, के समान सभी मिश्रधातुएँ
2.	द्रव	ठोस	ठोस में द्रव	Na के साथ मर्करी का अमलगम $CuSO_4.5H_2O$, $FeSO_4$, $7H_2O$
3.	गैस	ठोस	ठोस में गैस	Pd में H_2 का विलयन खनिजों मे घुलित गैसे
		द्रव विलयन		
4.	ठोस	द्रव	द्रव में ठोस	शर्करा विलयन, लवण विलयन CCl_4 में I_2
5.	द्रव	द्रव	द्रव में द्रव	टालूईन में बेंजीन, जल में एल्कोहल
6.	गैस	द्रव	द्रव में गैस	जल में CO_2, जल में NH_3
		गैसीय विलयन		
7.	ठोस	गैस	गैस में ठोस	नाइट्रोजन गैस में कपूर
8.	द्रव	गैस	गैस में द्रव	क्लोरोफॉर्म और नाइट्रोजन गैस का मिश्रण, वायु में जलवाष्प
9.	गैस	गैस	गैस में गैस	वायु $(O_2 + N_2)$

सान्द्रता के पद

❖ **% सान्द्रता**

- % भार/भार (w/w) = $\dfrac{\text{विलेय का भार (ग्राम)}}{\text{विलयन का भार (ग्राम में)}} \times 100$
- ताप में परिवर्तन करने पर यह परिवर्तित नहीं होती है।

उदा. 10% w/w यूरिया विलयन = यूरिया के 10g विलयन के 100g में उपस्थित है।

= यूरिया के 10g जल के 90g में उपस्थित है।

- % भार/आयतन (w/v)

» भार/आयतन = विलेय का भार (ग्राम) / विलयन 100 mL

» भार/आयतन =

- ताप परिवर्तन करने पर यह परिवर्तित होता है।

उदा. 10% (w/v) यूरिया विलयन = यूरिया के 10g, विलयन के 100 mL में उपस्थित है।

परन्तु 10g यूरिया जल के 90g में उपस्थित नहीं है।

सांद्रता पद (मोल का पुनरीक्षण)

1. 0.25 M विलयन के 250 mL में उपस्थित निर्जल Na_2CO_3 की मात्रा है

(*a*) 225 g (*b*) 66.25 g (*c*) 6.0 g (*d*) 6.625 g

2. 2.0 मोलर विलयन तब प्राप्त होता है जब 0.5 मोल विलेय को निम्न में से किसमे घोला जाता है?

(*a*) 250 mL विलायक (*b*) 250 g विलायक

(*c*) 250 mL विलायक (*d*) 1000 mL विलायक

3. बेंजीन में एक यौगिक के X मोलल विलयन में विलेय का मोल प्रभाज 0.2 के बराबर होता है। X का मान है

(*a*) 14 (*b*) 3.2 (*c*) 4 (*d*) 2

4. एक डेसीलीटर विलयन में 4.0 ग्राम NaOH होता है। इसकी मोलरता होगी

(*a*) 4 M (*b*) 2 M (*c*) 1 M (*d*) 1.5 M

हेनरी का नियम और वाष्प दाब की मूल बातें

5. 293 K के तापमान पर जल में गैसीय ऑक्सीजन की विलेयता की गणना करें जब O_2 द्वारा डाला गया आंशिक दाब 1 bar हो। (दिया गया है: O_2 के लिए K_H, 34840 bar L mol^{-1})

(*a*) 2.87×10^{-5} mol/L (*b*) 4×10^{-4} mol/L

(*c*) 2.87×10^{-4} mol/L (*d*) 5×10^{-4} mol/L

6. 300 K तापमान पर जल में गैस की विलेयता x g/cm^3 है। जब तापमान 400 K तक बढ़ जाता है, तो गैस की विलेयता

(*a*) बढ़ता है (*b*) घटता है

(*c*) समान रहती है (*d*) $\frac{1}{2}x$

7. जल का वाष्प दाब निम्न में से किस पर निर्भर करता है?

(*a*) पात्र की सतह क्षेत्र (*b*) पात्र का आयतन

(*c*) तापमान (*d*) उपरोक्त सभी

8. एक बर्तन में नाइट्रोजन गैस और जल वाष्प 1 atm के कुल दाब पर तरल जल के साथ साम्यावस्था में हैं। जलवाष्प का आंशिक दाब 0.3 atm है। समान तापमान पर इस बर्तन का आयतन मूल आयतन के एक तिहाई तक कम हो जाता है, तो निकाय का कुल दाब है (तरल जल द्वारा व्याप्त आयतन की उपेक्षा करें)

(*a*) 3.0 atm (*b*) 1 atm

(*c*) 3.33 atm (*d*) 2.4 atm

तरल पदार्थो के मिश्रण का वाष्प दाब

9. दो द्रव A और B के विलयन के लिए यह सिद्ध हो गया $P = X_A \left(P_A^0 - P_B^0\right) + P_B^0$. विलयन है

(*a*) आदर्श (*b*) अनादर्श

(*c*) अर्ध-आदर्श (*d*) इनमें से कोई नहीं

10. 1 मोल n-हेप्टेन (वाष्प दाब = 92 mm Hg) को 4 मोल n-ऑक्टेन (वाष्प दाब = 31 mm Hg) के साथ मिलाया गया, जिसके परिणामस्वरूप आदर्श विलयन का वाष्प दाब है

(*a*) 46.2 mm Hg (*b*) 40.0 mm Hg

(*c*) 43.2 mm Hg (*d*) 38.4 mm Hg

11. दो तरल पदार्थ A और B एक आदर्श विलयन बनाते हैं, 300 K पर 2 मोल A और 3 मोल B वाले विलयन का वाष्प दाब क्या है? [दिया गया है: 300 K पर, शुद्ध तरल A का वाष्प दाब (P_A^o) = 100 torr, शुद्ध तरल B का वाष्प दाब (P_B^o) = 300 torr]

(*a*) 200 torr (*b*) 140 torr

(*c*) 180 torr (*d*) 220 torr

12. शुद्ध बेंजीन और टॉलूइन का वाष्प दाब क्रमश: 160 और 60 torr है। बेंजीन और टॉलूइन के सममोलर विलयन के संपर्क में वाष्प प्रावस्था में टॉलूइन का मोल प्रभाज है

(*a*) 0.50 (*b*) 0.60 (*c*) 0.27 (*d*) 0.73

आदर्श और अनादर्श विलयन के बीच अंतर

13. निम्नलिखित में से कौन सा युग्म आदर्श विलयन नहीं बनेगा?

(*a*) $CCl_4 + SiCl_4$ (*b*) $H_2O + C_4H_9OH$

(*c*) $C_2H_5Br + C_2H_5l$ (*d*) $C_6H_{14} + C_7H_{16}$

14. आदर्श विलयन किस गुण को दर्शाता है?

(*a*) यह राउल्ट के नियम का पालन करता है

(*b*) $\Delta H_{mix} = 0$

(*c*) $\Delta V_{mix} = 0$

(*d*) उपरोक्त सभी

15. जब दो तरल पदार्थ A और B को मिलाया जाता है तो उनका क्वथनांक उन दोनों से अधिक हो जाता है। इस विलयन की प्रकृति क्या है?

(*a*) आदर्श विलयन

(*b*) धनात्मक विचलन के साथ अनादर्श विलयन

(*c*) ऋणात्मक विचलन के साथ अनादर्श विलयन

(*d*) सामान्य विलयन

16. निम्नलिखित में से किसको छोड़कर सभी आदर्श विलयन बनाते हैं?

(*a*) C_2H_5Br और C_2H_5l (*b*) C_6H_5Cl और C_6H_5Br

(*c*) C_6H_6 और $C_6H_5CH_3$ (*d*) C_2H_5l और C_2H_5OH

17. दो द्रवों के स्थिरक्वाथी विलयन का क्वथनांक किसी अन्य द्रव के क्वथनांक से कम होता है जब यह

(*a*) राउल्ट के नियम से ऋणात्मक विचलन दर्शाता है

(*b*) राउल्ट के नियम से कोई विचलन नहीं दर्शाता है

(*c*) राउल्ट के नियम से धनात्मक विचलन दर्शाता है

(*d*) संतृप्त है

35. NaCl तथा Na_2SO_4 के 0.1 M विलयन का परासरण दाब होगा
(*a*) समान
(*b*) NaCl विलयन का परासरण दाब Na_2SO_4 विलयन से अधिक होगा।
(*c*) Na_2SO_4 विलयन का परासरण दाब NaCl से अधिक होगा।
(*d*) Na_2SO_4 का परासरण दाब NaCl विलयन से कम होगा।

वान्ट हॉफ कारक

36. 1 atm दाब पर निम्नलिखित में से किसका हिमांक उच्चतम होगा?
(*a*) 0.1 M NaCl (*b*) 0.1 Na_2SO_4
(*c*) 0.1 M $BaCl_2$ (*d*) 0.1 M ग्लूकोज

37. प्रत्येक मामले में 10 ग्राम विलेय वाले निम्नलिखित जलीय विलयन में से किसका क्वथनांक उच्चतम है?
(*a*) NaCl विलयन (*b*) KCl विलयन
(*c*) शर्करा विलयन (*d*) ग्लूकोज विलयन

38. ग्लूकोज, KNO_3 और $AlCl_3$ के सममोलर विलयनों के हिमांक बिंदु निम्न क्रम में हैं
(*a*) $AlCl_3 < KNO_3 <$ ग्लूकोज
(*b*) ग्लूकोज $< KNO_3 < AlCl_3$
(*c*) ग्लूकोज $< AlCl_3 < KNO_3$
(*d*) $AlCl_3 <$ ग्लूकोज $< KNO_3$

39. किसी विलेय A का एक मोल किसी विलायक के दिए गए आयतन में घुल जाता है। विलेय का संगुणन $nA \rightleftharpoons A_n$ के अनुसार होता है। यदि x, A के संगुणन की कोटि है, तो वान्ट हॉफ कारक (i) को किस प्रकार व्यक्त किया जाता है
(*a*) $i = 1 - x$ (*b*) $i = 1 + \frac{x}{n}$
(*c*) $i = \frac{1 - x + \frac{x}{n}}{1}$ (*d*) $i = 1$

40. हिमांक बिंदु में अवनमन विधि द्वारा निर्धारित बेंजीन में बेंजोइक अम्ल का आण्विक भार किसके अनुरूप होता है?
(*a*) बेंजोइक अम्ल का आयनीकरण
(*b*) बेंजोइक अम्ल का द्वितयन
(*c*) बेंजोइक अम्ल का त्रितयीकरण
(*d*) बेंजोइक अम्ल का विलायकयोजन

41. 100 g जल में 8.1 g HBr युक्त विलयन का हिमांक क्या है, यह मानते हुए कि अम्ल 90% आयनित है?
(जल के लिए $K_f = 1.86\ K\ mol^{-1}$)
(*a*) 0.85°C (*b*) – 3.53°C
(*c*) 0°C (*d*) – 0.35°C

प्रबल (JEE MAIN स्तरीय)

1. 36 ग्राम जल और 46 ग्राम ग्लिसरीन के विलयन में $C_3H_5(OH)_3$ (ग्लिसरीन) का मोल प्रभाज है
(*a*) 0.46 (*b*) 0.36 (*c*) 0.20 (*d*) 0.40

2. यूरिया के एक जलीय विलयन में 1500 cm^3 विलयन में 18 ग्राम यूरिया है, जिसका घनत्व 1.052 ग्राम/cm^3 है। यदि यूरिया का आण्विक भार 60 है, तो विलयन की मोललता है
(*a*) 0.2 (*b*) 0.192 (*c*) 0.064 (*d*) 1.2

3. H_2SO_4 विलयन की मोलरता क्या है जिसका घनत्व 35°C पर 1.84 g/cc है और इसमें भार के अनुसार 98% है?
(*a*) 4.18 M (*b*) 8.14 M (*c*) 18.4 M (*d*) 18 M

4. जब 5.0 ग्राम $BaCl_2$ को जल में घोलकर 10^6 ग्राम विलयन बनाया जाता है। विलयन की सांद्रता है
(*a*) 2.5 ppm (*b*) 5 ppm (*c*) 5 M (*d*) 5 gm L^{-1}

5. एक मिश्रण में 1 मोल वाष्पशील द्रव A ($P_A^\circ = 100$ Hg) और 3 मोल वाष्पशील द्रव B ($P_B^\circ = 80$ mm Hg) है। यदि विलयन आदर्श रूप से व्यवहार करता है, तो आसुत का कुल वाष्प दाब है
(*a*) 80 mm Hg (*b*) 85.88 mm Hg
(*c*) 90 mm Hg (*d*) 92 mm Hg

6. अस्थिर घटकों A और B के मिश्रण में कुल वाष्प दाब (टॉर में) $P = 254 - 119\ X_A$ है जहां X_A मिश्रण में A का मोल प्रभाज है। इसलिए, P_A° और P_B° (टॉर में) हैं
(*a*) 254, 119 (*b*) 119, 254
(*c*) 135, 254 (*d*) 119, 373

7. यदि दिए गए विलयन का वाष्प दाब 120 टॉर है तो वाष्प प्रावस्था में बेंजीन ($P_B^\circ = 150$ टॉर) और टॉलूइन ($P_T^\circ = 50$ टॉर) के मोल प्रभाज का अनुपात क्या है?
(*a*) 7 : 1 (*b*) 7 : 3 (*c*) 8 : 1 (*d*) 7 : 8

8. 300 K पर 3 मोल A और 2 मोल B वाले एक आदर्श विलयन का वाष्प दाब 600 टॉर है। उसी तापमान पर, यदि इस विलयन में 1.5 मोल A और 0.5 मोल C (अवाष्पशील) मिलाया जाता है, तो विलयन का वाष्प दाब 30 टॉर तक बढ़ जाता है। P_B° का मान क्या है?
(*a*) 940 टॉर (*b*) 405 टॉर
(*c*) 90 टॉर (*d*) इनमें से कोई नहीं

9. स्थिर तापमान पर, ΔS निम्नलिखित में से किस प्रक्रिया के लिए अधिकतम होगा?
(*a*) शुद्ध विलायक का वाष्पीकरण
(*b*) अवाष्पशील और विद्युत् अनपघट्य विलेय वाले विलयन से विलायक का वाष्पीकरण
(*c*) अवाष्पशील लेकिन विद्युत् अपघट्य विलेय वाले विलयन से विलायक का वाष्पीकरण
(*d*) उपरोक्त सभी मामलों में एन्ट्रापी परिवर्तन समान होगा

10. आदर्श विलयन के लिए निम्नलिखित में से कौन सा शून्य से कम है?
(*a*) ΔH_{mix} (*b*) ΔG_{mix}
(*c*) ΔV_{mix} (*d*) ΔS_{mix}

44. 20°C पर एक विलयन 1.5 मोल बेंजीन और 3.5 मोल टॉलूइन से बना है। यदि इस तापमान पर शुद्ध बेंजीन और शुद्ध टॉलूइन का वाष्प दाब क्रमश: 74.7 टॉर और 22.3 टॉर है, तो विलयन का कुल वाष्प दाब और इसके साथ साम्यावस्था (वाष्प प्रावस्था में) में बेंजीन का मोल प्रभाज क्रमश: होगा

(*a*) 38.0 टॉर और 0.589 (*b*) 30.5 टॉर और 0.389
(*c*) 35.8 टॉर और 0.280 (*d*) 35.0 टॉर और 0.480

पूर्णांक प्रकार का प्रश्न

45. 10°C पर, यूरिया विलयन का परासरण दाब 500 mm Hg है। विलयन को तनु किया जाता है और जब परासरण दाब 105.3 mm Hg पाया जाता है, तो तापमान 25°C तक बढ़ा दिया जाता है। मूल विलयन के साथ किए गए तनुकरण की सीमा निर्धारित करें।

46. विलेय 'A' के तीन कण बेंजीन में मिलकर स्पीशीज $(A)_3$ बनाते हैं। 0.25 मोलल विलयन के हिमांक बिंदु (°C में) की गणना करें। विलेय 'A' की संगुणन की कोटि 0.80 पाई गई है। बेंजीन का हिमांक 5.5°C है और इसका क्रायोस्कोपिक स्थिरांक 5.12 K m^{-1} है।

47. दो तरल पदार्थ A और B में एक निश्चित तापमान पर $P_A^0 : P_B^0 = 1 : 3$ है। यदि $X_A : X_B$ का मोल प्रभाज अनुपात = 1:3 है, तो किसी दिए गए तापमान पर विलयन के साथ साम्यावस्था में वाष्प में A का मोल प्रतिशत __________ है।

48. 500 mL 6% (w/V) यूरिया विलयन को 500 mL 18% (w/V) ग्लूकोज विलयन के साथ मिलाया जाता है और जल मिलाने के बाद मिश्रण की अंतिम मात्रा 2 L हो जाती है। 27°C पर अंतिम 2 L विलयन का परासरण दाब 5 yR है। y का मान है [R → सार्वभौमिक गैस स्थिरांक]

49. बेंजीन (C_6H_6) का मोलल हिमांक अवनमन स्थिरांक 4.90 K kg mol^{-1} है। सेलेनियम Se_X प्रकार के एक बहुलक के रूप में विद्यमान है। जब 3.26 ग्राम सेलेनियम को 226 ग्राम बेंजीन में घोला जाता है, तो प्रेक्षित हिमांक बिंदु शुद्ध बेंजीन की तुलना में 0.112°C कम होता है। X का मान क्या है।

(Se का परमाणु द्रव्यमान = 78.8 mol^{-1})

50. एक रेडिएटर में 10L जल भरा गया जिसमें 2.5L मेथनॉल (घनत्व = 0.8 $g.ml^{-1}$) मिलाया गया। वाहन को बाहर पार्क किया गया है जहां तापमान 0°C है। तापमान 0.50°C /मिनट की समान दर से घट रहा है। किस समय तक (मिनट में) कार के रेडिएटर को कोई खतरा नहीं होगा? K_f(जल) = 1.86 $kg.mol^{-1}$.K. मेथनॉल को अवाष्पशील मानें। अंतिम उत्तर को चार से गुणा करें।

51. 24.6 लीटर शुष्क N_2 गैस को 27°C और 1 atm पर एक तरल के ऊपर धीरे-धीरे प्रवाहित किया जाता है। तरल के वाष्प के साथ गैस की संतृप्ति के कारण बाहर आने वाले गैसीय नमूने का दाब बढ़ जाता है। यदि निकलने वाले गैसीय नमूने में N_2 गैस और तरल वाष्प का द्रव्यमान अनुपात 25 : 4 है और 27°C पर तरल का वाष्प दाब 0.04 atm है, तो तरल का मोलर द्रव्यमान (gm/mol) है।

52. 27°C पर $CaCl_2$ जलीय विलयन का परासरण दाब 16 atm और घनत्व 1.2 gm/ml है। इस विलयन का हिमांक अवनमन (°C में) क्या है? [जल का K_f = 1.8 K Kg mol^{-1}, R = 0.08 atm L/mol–K] (अंतिम उत्तर को 100 से गुणा करें)

53. Ag_3PO_4 के संतृप्त जलीय विलयन की विलेयता (मोल/लीटर में) की गणना करें यदि विलयन का वाष्प दाब 373 K पर 750 टॉर हो जाता है। (अंतिम उत्तर को 54 से गुणा करें)

परीक्षित (JEE ADVANCED स्तरीय)

एकल सही प्रकार के प्रश्न

1. अवाष्पशील विलेय (जो वियोजित नहीं होता) की एक बहुत छोटी मात्रा 56.8 cm^3 बेंजीन (घनत्व 0.889 g cm^{-3}) में घोली जाती है। कमरे के तापमान पर, इस विलयन का वाष्प दाब 100 mm Hg है जबकि बेंजीन का वाष्प दाब 102 mm Hg है। यदि इस विलयन का हिमांक तापमान बेंजीन की तुलना में 1.3 डिग्री कम है, तो बेंजीन के मोलल हिमांक अवनमन स्थिरांक का मान क्या है?

(*a*) 5.07 डिग्री/मोलल
(*b*) 1.3 डिग्री/मोलल
(*c*) 3.9 डिग्री/मोलल
(*d*) 4.97 डिग्री/मोलल

2. निम्नलिखित जानकारी का उपयोग करके 1560 ग्राम बेंजीन और 1125 ग्राम क्लोरोबेंजीन युक्त मिश्रण का क्वथनांक निर्धारित करें, जब बाह्य दाब 1000 टॉर है। मान लें कि विलयन आदर्श है।

दिया गया है: बेंजीन का मोलर द्रव्यमान = 78
क्लोरोबेंजीन का मोलर द्रव्यमान = 112.5

ताप (0°C)	बेंजीन का वाष्प दाब (टॉर)	क्लोरोबेंजीन का वाष्प दाब (टॉर)
80	750	120
90	1000	200
100	1350	300
110	1800	400
120	2200	540

(*a*) 120 °C (*b*) 110 °C
(*c*) 100 °C (*d*) 90 °C

3. तरल A और B प्रत्येक के 10 मोल वाले आदर्श द्विआधारी तरल मिश्रण पर दाब समतापीय धीरे-धीरे कम हो जाता है। यदि P_A° = 200 mm Hg और P_B° = 100 mm Hg है, तो वह दाब ज्ञात कीजिए जिस पर आधा तरल वाष्प में परिवर्तित हो जाता है।

(*a*) 150 mm Hg (*b*) 166.5 mm Hg
(*c*) 133 mm Hg (*d*) 141.4 mm Hg

1. यदि पदार्थ 'A', 'B' और 'C' के मिश्रण के विलयन में घुलता है, जिनके मोलों की संख्या क्रमशः n_A, n_B और n_C है, तो विलयन में C का मोल प्रभाज है: **[30 Jan, 2024 (Shift-II)]**

(*a*) $\dfrac{n_C}{n_A \times n_B \times n_C}$ (*b*) $\dfrac{n_C}{n_A + n_B + n_C}$

(*c*) $\dfrac{n_C}{n_A - n_B - n_C}$ (*d*) $\dfrac{n_B}{n_A + n_B}$

2. NaOH के 'x' M विलयन ('x' मोलर) का घनत्व 1.12 g mL^{-1} है, जबकि मोललता में विलयन की सांद्रता 3 m (3 मोलल) है। तब x है

(दिया गया है: NaOH का मोलर द्रव्यमान 40 g/mol है)

[06 April, 2024 (Shift-I)]

(*a*) 3.5 (*b*) 3.0

(*c*) 3.8 (*d*) 2.8

3. राउल्ट के नियम से ऋणात्मक विचलन दर्शाने वाले दो मिश्रणीय द्रवों के विलयन में होगा: **[27 Jan, 2024 (Shift-I)]**

(*a*) वाष्प दाब में वृद्धि, क्वथनांक में वृद्धि

(*b*) वाष्प दाब में वृद्धि, क्वथनांक में कमी

(*c*) वाष्प दाब में कमी, क्वथनांक में कमी

(*d*) वाष्प दाब में कमी, क्वथनांक में वृद्धि

4. निम्न में से हिमांक में उच्चतम अवनमन/निम्नतम हिमांक वाला विलयन है **[30 Jan, 2024 (Shift-II)]**

(*a*) 180 g एसिटिक अम्ल जल में घुला हुआ

(*b*) 180 g एसिटिक अम्ल बेंजीन में घुला हुआ

(*c*) 180 g बेंजोइक अम्ल बेंजीन में घुला हुआ

(*d*) 180 g ग्लूकोज जल में घुला हुआ

5. 25°C पर ग्लूकोस के जलीय विलयन 30% (w/v) का वाष्प दाब है: _______ mm Hg

[दिया गया है: ग्लूकोस के जलीय विलयन 30% (w/v) का घनत्व 1.2 g cm^{-3} तथा शुद्ध जल का वाष्प दाब 24 mm Hg है,

(ग्लूकोस का मोलर द्रव्यमान 180 g mol^{-1})]

[JEE Advanced 2023 (Shift-II)]

6. किसी दुर्बल मोनोबेसिक अम्ल के जलीय विलयन के वियोजन का प्रभाज 0.3 पाया गया तो प्रेक्षित हिमांक अपेक्षित/सैद्धांतिक हिमांक से _______% उच्च होगा। (निकटतम पूर्णांक में)

[JEE Advanced 2023 (Shift-II)]

7. दाब 2.2 bar पर हाइड्रोजन तथा ऑक्सीजन के एक मिश्रण में द्रव्यमान से 40% हाइड्रोजन है। हाइड्रोजन का आंशिक दाब है _______ bar। (निकटतम पूर्णांक में) **[JEE Main 2022 (Shift-V)]**

8. 0.5 M नाइट्रिक अम्ल के 800 mL को एक बीकर में गर्म किया। जब इसका आयतन आधा हो गया और 11.5 g नाइट्रिक अम्ल वाष्पिकृत हो गया तब बचे नाइट्रिक अम्ल के विलयन की मोलरता 1×10^{-2} M का मान है _______। (निकटतम पूर्णांक में)

(नाइट्रिक अम्ल की मोलर द्रव्यमान 63 g mol^{-1} है)

[JEE Main 2022 (Shift-V)]

9. दो भिन्न विलायकों A तथा B जिनके क्वथनांक उन्नयन स्थिरांक का अनुपात 1 : 8 है, में से प्रत्येक के 200 g में अवाष्पशील तथा विद्युत अनापघट्य विलेय के 2 g को घोलने पर, A तथा B में बने विलयनों के क्वथनांक ऊनयन का अनुपात $\frac{x}{y}(x:y)$ है, तो y का मान है _______। (निकटतम पूर्णांक में) **[JEE Main 2022 (Shift-IV)]**

10. नीचे दो कथन दिए हैं। एक पर अभिकथन (A) तथा दूसरे पर कारण (R) का लेबल है।

अभिकथन (A): 10°C पर 5 M KCl विलयन (परमाण्विक द्रव्यमान: K तथा Cl क्रमशः 39 तथा 35.5 g mol^{-1}) का घनत्व 'x' g ml^{-1} है। विलयन को –21°C तक ठंडा करने पर उसकी मोललता अपरिवर्तित रहेगी।

कारण (R): विलयन की मोललता ताप के साथ परिवर्तित नहीं होती है, क्योंकि द्रव्यमान ताप से अप्रभावित रहती है।

उपरोक्त कथनों के लिए नीचे दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए। **[JEE Main 2022 (Shift-IV)]**

(*a*) (A) तथा (R) दोनों सत्य हैं और (R) सही व्याख्या है (A) की।

(*b*) (A) तथा (R) दोनों सत्य हैं परन्तु (R) सही व्याख्या नहीं है (A) की।

(*c*) (A) सत्य है लेकिन (R) असत्य है।

(*d*) (A) असत्य है लेकिन (R) सत्य है।

11. पोटैशियम क्लोराइड का 0.5 प्रतिशत विलयन – 0.24°C पर जम जाता है। पोटैशियम क्लोराइड का वियोजन प्रतिशत है _______। (निकटतम पूर्णांक)

(जल के लिए मोलल अवनमन स्थिरांक है: 1.80 K kg mol^{-1} एवं KCl का मोलर द्रव्यमान है: 74.6 g mol^{-1})

[JEE Main 2022 (Shift-III)]

12. व्यावसायिक रूप में बिकने वाला सान्द्र HCl द्रव्यमान से 35% HCl होता है। यदि इस व्यापारिक अम्ल का घनत्व 1.46 g/ml है, तो इस विलयन की मोलरता है: **[JEE Main 2022 (Shift-III)]**

(परमाणु द्रव्यमान Cl = 35.5 amu, H = 1 amu)

(*a*) 10.2 M (*b*) 12.5 M

(*c*) 14.0 M (*d*) 18.2 M

13. अवाष्पशील विलेयों X एवं Y के 1 g को 1 kg जल में घोलकर दो विलयन कमश: A एवं B बनाए गए। A एवं B के हिमांकों में अवनमन का अनुपात 1 : 4 पाया गया। X एवं Y के मोलर द्रव्यमानों का अनुपात है: **[JEE Main 2022 (Shift-II)]**

(*a*) 1 : 4 (*b*) 1 : 0.25

(*c*) 1 : 0.20 (*d*) 1 : 5

14. 300 K पर रक्त का परासरण दाब 7.47 bar होता है। किसी रोगी को ग्लूकोस का शिराभ्यंतर अंत: क्षेपण करने के लिए इसे रक्त के समपरासारी होना चाहिए। ग्लूकोस विलयन की gL^{-1} में सान्द्रता है _______।

(ग्लूकोस का मोलर द्रव्यमान = 180 g mol^{-1}, R = 0.083 L bar K^{-1} mol^{-1}) (निकटतम पूर्णांक में) **[JEE Main 2022 (Shift-I)]**

15. एक विलायक में, एक अम्ल HA का 50% द्वितयन होता है शेष वियोजित रहता है। अम्ल के लिए वाट हॉफ गुणक है _______ × 10^{-2}। (निकटतम पूर्णांक में) **[JEE Main 2021 (Shift-V)]**

16. 12.2 g बेन्जोइक अम्ल को 100 g जल में घोलने पर विलयन का हिमांक –0.93 °C पाया गया है ($K_f(H_2O)$ = 1.86 Kg mol^{-1})। बेन्जोइक अम्ल के संगुणित अणुओं की संख्या है (100% संगुणन मान लीजिए) _______। **[JEE Main 2021 (Shift-IV)]**

17. 70.0 mg Na^+ प्रति mL के एक 50 mL जलीय विलयन को बनाने के लिए $NaNO_3$ की जितनी मात्रा लेनी पढ़ेगी वह है ______ g। (निकटतम पूर्णांक तक) **[JEE Main 2021 (Shift-IV)]**

[दिया है: परमाणु भार g mol^{-1} में, Na : 23 ; N : 14 ; O : 16]

18. जल में AB_2 का 10% वियोजन A^{2+} तथा B^- में होता है। 10.0 मोलल AB_2 के जलीय विलयन का क्वथनांक होगा _______ °C। (निकटतम पूर्णांक में) **[JEE Main 2021 (Shift-III)]**

[दिया है: जल का मोलल उन्नयन स्थिरांक K_b = 0.5 K kg mol^{-1}, जल का क्वथनांक = 100°C]

19. $SO_2(g)$ के 224 mL को 298 K और 1 atm पर 0.1 M NaOH विलयन के 100 mL में प्रवाहित किया गया। उत्पन्न अवाष्पशील विलेय को 36 g जल में घोल लिया। विलयन के वाष्प दाब का अवनमन (विलयन को तनु मानकर) x × 10^{-2} mm Hg है। x का मान है _______। (पूर्णांक उत्तर) **[JEE Main 2021 (Shift-II)]**

($P°_{(H_2O)}$ = 24 mm Hg)

20. 500 mL जल में 9.45 g $ClCH_2COOH$ मिलाने पर इसका हिमांक 0.5 °C गिर जाता है। $ClCH_2COOH$ का वियोजन स्थिरांक x × 10^{-3} है। x का मान है _______। (पूर्णांक उत्तर)

[$K_f(H_2O)$ = 1.86 K kg mol^{-1}] **[JEE Main 2021 (Shift-I)]**

PW चैलेंजर्स

संख्यात्मक प्रकार के प्रश्न (एक दशमलव स्थान तक उत्तर)

1. एक नए संश्लेषित कार्बनिक यौगिक का अणुभार समतापी आसवन की विधि द्वारा निर्धारित किया गया था। इस प्रक्रिया में दो विलयनों को, प्रत्येक को एक खुली अंशांकित शीशी में, एक बंद कक्ष में एक दूसरे के बगल में रखा जाता है। एक विलयन में नए यौगिक का 9.3 mg है, दूसरे में एजोबेंजीन का 13.2 mg (MW = 182) है। दोनों को एक ही विलायक के अंशों में घोला गया था। साम्यावस्था के 3 दिनों की अवधि के दौरान, विलायक को एक शीशी से दूसरी शीशी में तब तक आसवित किया जाता रहा जब तक कि दोनों शीशियों में विलायक का समान आंशिक दाब नहीं हो गया। इस बिंदु पर विलायक का आसवन रोक दिया गया। दोनों में से कोई भी विलेय आसवित नहीं हुआ। साम्यावस्था पर दो विलयनों की मात्रा को तब शीशियों के अंशांकन चिह्नों पर पढ़ा गया। नए यौगिक युक्त विलयन ने 17.2 ml ग्रहण किया तथा एजोबेंजीन विलयन ने 1.02 ml ग्रहण किया। नए यौगिक का आणिवक भार (g/mol में) क्या है? विलयन में विलायक का द्रव्यमान विलयन के आयतन के समानुपाती माना जा सकता है।

2. I_2 के जलीय संतृप्त विलयन का हिमांक –0.0024°C है। निम्न साम्यावस्था के कारण विलयन में इससे अधिक KI घुल सकता है:

$$I_2(aq) + I^-(aq) \rightleftharpoons I_3^-(aq)$$

0.1 M KI विलयन 12.5 g/L I_2 को घोलता है।

(*a*) उपरोक्त साम्यावस्था के लिए साम्यावस्था स्थिरांक K_C की गणना करें।

(*b*) परिणामी विलयन के हिमांक (K में) की भी गणना करें। मोलरता को मोललता के बराबर मान लें और यह भी मान लें कि सभी संतृप्त विलयनों में I_2 की सांद्रता समान है।

[जल के लिए K_f = 1.86 K kg mol^{-1}]

संख्यात्मक प्रकार के प्रश्न

3. अवाष्पशील विलेय A और B के दो विलयन तैयार किए गए हैं। मोलर द्रव्यमान अनुपात, M_A/M_B = 1/3 हैं। दोनों को जल में भार के हिसाब से 5% विलयन के रूप में तैयार किया जाता है। विलयनों के हिमांक अवनमन, $(\Delta T_f)_A/(\Delta T_f)_B$ के अनुपात की गणना करें। यदि दो विलयनों को मिलाकर दो नए विलयन S_1 और S_2 तैयार किए जाते हैं, तथा मिश्रण अनुपात क्रमश: S_1 और S_2 के लिए आयतन के हिसाब से 2 : 3 और 3 : 2 है, तो $\frac{(\Delta T_f)_{S_1}}{(\Delta T_f)_{S_2}}$ का मान क्या होगा?

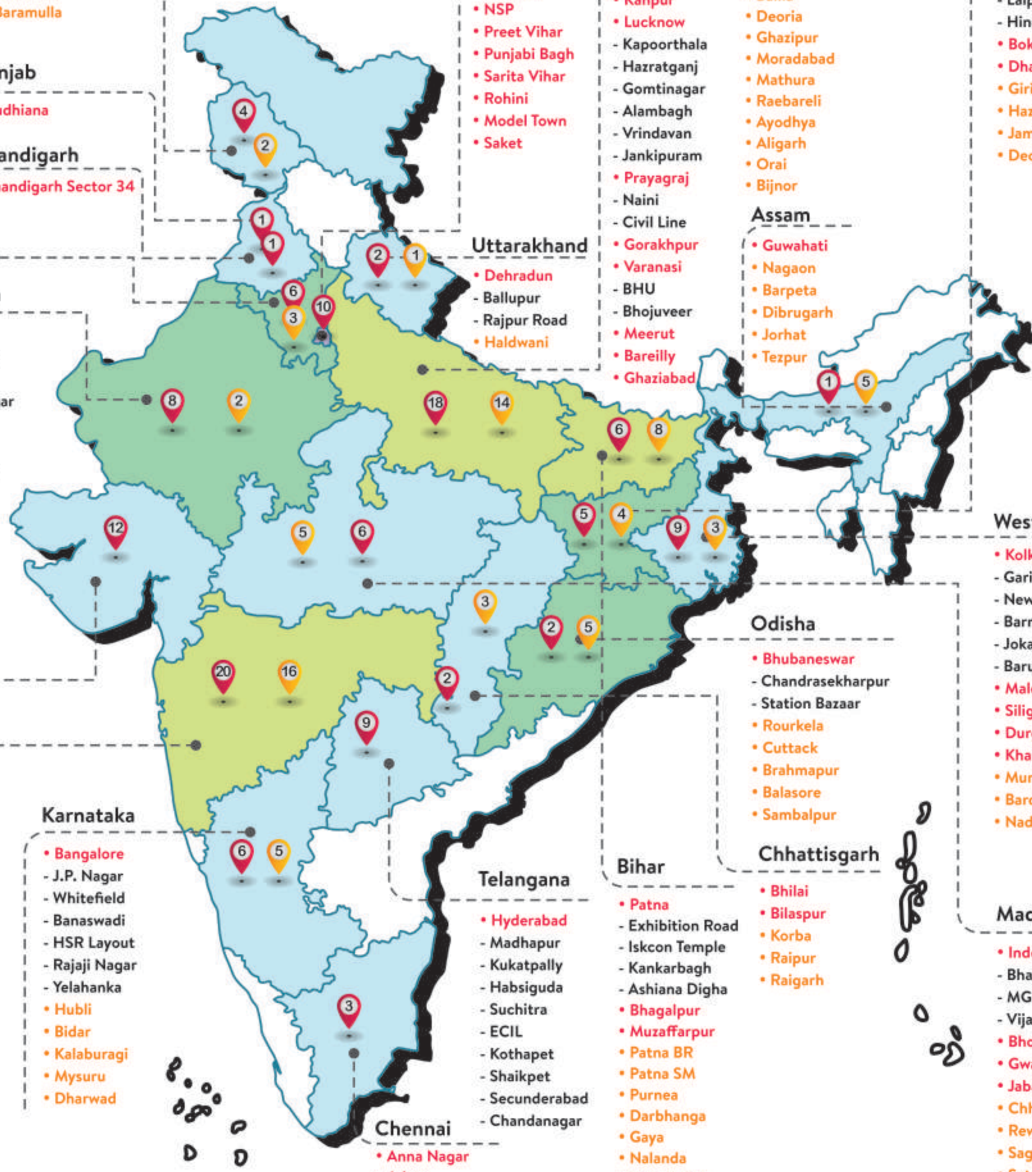
(उत्तर दो दशमलव स्थान तक दें)

4. (*a*) एक विशेष तापमान पर प्रति इकाई आयतन में आयोडीन की घुलनशीलता जल की तुलना में ईथर में 200 गुना अधिक है। यदि 30 ml आयतन वाले आयोडीन के जलीय विलयन में 2.0 mg आयोडीन हो, उसे 30 ml ईथर के साथ हिलाया जाए और ईथर को अलग होने दिया जाए, तो जल की परत में आयोडीन (mg में) की कितनी मात्रा बची रहेगी?

(उत्तर तीन दशमलव स्थान तक दें)

VIDYAPEETH Is Now Present In 140+ Cities Across India

IIT-JEE | NEET | FOUNDATION



Jammu & Kashmir
- Srinagar
  - Rajbagh
  - Barzulla
- Jammu
  - Paloura
  - Channi Rama
- Anantnag
- Baramulla

Haryana
- Faridabad
- Panchkula
- Hisar
- Rohtak
- Gurugram
  - South City
  - Sector 16
- Narnaul
- Sonipat
- Sirsa

Punjab
- Ludhiana

Chandigarh
- Chandigarh Sector 34

Delhi
- Janakpuri
- Kalusarai
- Dwarka
- NSP
- Preet Vihar
- Punjabi Bagh
- Sarita Vihar
- Rohini
- Model Town
- Saket

Uttar Pradesh
- Noida
  - Block C
  - Gaur City
- Greater Noida
- Kanpur
- Lucknow
  - Kapoorthala
  - Hazratganj
  - Gomtinagar
  - Alambagh
  - Vrindavan
  - Jankipuram
- Prayagraj
  - Naini
  - Civil Line
- Gorakhpur
- Varanasi
  - BHU
  - Bhojuveer
- Meerut
- Bareilly
- Ghaziabad
- Agra
- Indrapuram
- Jhansi
- Jaunpur
- Ballia
- Deoria
- Ghazipur
- Moradabad
- Mathura
- Raebareli
- Ayodhya
- Aligarh
- Orai
- Bijnor

Jharkhand
- Ranchi
  - Harmu
  - Lalpur
  - Hinoo
- Bokaro
- Dhanbad
- Giridih
- Hazaribagh
- Jamshedpur
- Deoghar

Uttarakhand
- Dehradun
  - Ballupur
  - Rajpur Road
- Haldwani

Assam
- Guwahati
- Nagaon
- Barpeta
- Dibrugarh
- Jorhat
- Tezpur

Gujarat
- Surat
  - Adajan
  - Vesu
- Bothra
  - Dahod
  - Satellite
- Bharuch
- Gandhinagar
- Ahmedabad
  - Satellite
  - Maninagar
  - Nikol
  - Gota
- Vadodara
  - Manjalpur
  - Vadiwadi

Rajasthan
- Jaipur
  - Tonk Road
  - RS Circle
  - Pratap Nagar
- Jodhpur
  - Akhaliya
  - Sardarpura
- Kota
- Udaipur
- Sikar
- Alwar
- Nagaur

West Bengal
- Kolkata
  - Gariahat
  - New Town
  - Barrackpore
  - Joka
  - Baruipur
- Malda
- Siliguri
- Durgapur
- Kharagpur
- Murshidabad
- Bardhaman
- Nadia

Odisha
- Bhubaneswar
  - Chandrasekharpur
  - Station Bazaar
- Rourkela
- Cuttack
- Brahmapur
- Balasore
- Sambalpur

Maharashtra
- Pune
  - FC Road
  - Hadapsar
  - Pimpri
  - Kothrud
  - Baner
  - Viman Nagar
- Chhatrapati Sambhajinagar
- Nanded
- Nagpur
- Nashik
- Mumbai
  - Thane
  - Kalyan
  - Andheri
  - Kalyan Palava City
  - Borivali
  - Panvel
  - Juinagar
  - Virar
- Latur
- Akola
- Ahmednagar
- Buldhana
- Amravati
- Baramati
- Beed
- Chandrapur
- Dhule
- Gondia
- Hingoli
- Jalgaon
- Jalna
- Kolhapur
- Satara
- Sangli
- Solapur
- Yavatmal

Karnataka
- Bangalore
  - J.P. Nagar
  - Whitefield
  - Banaswadi
  - HSR Layout
  - Rajaji Nagar
  - Yelahanka
- Hubli
- Bidar
- Kalaburagi
- Mysuru
- Dharwad

Telangana
- Hyderabad
  - Madhapur
  - Kukatpally
  - Habsiguda
  - Suchitra
  - ECIL
  - Kothapet
  - Shaikpet
  - Secunderabad
  - Chandanagar

Chennai
- Anna Nagar
- Adyar
- Medvakkam

Bihar
- Patna
  - Exhibition Road
  - Iskcon Temple
  - Kankarbagh
  - Ashiana Digha
- Bhagalpur
- Muzaffarpur
- Patna BR
- Patna SM
- Purnea
- Darbhanga
- Gaya
- Nalanda
- Samastipur
- Motihari

Chhattisgarh
- Bhilai
- Bilaspur
- Korba
- Raipur
- Raigarh

Madhya Pradesh
- Indore
  - Bhawarkuan
  - MG Road
  - Vijay Nagar
- Bhopal
- Gwalior
- Jabalpur
- Chhatarpur
- Rewa
- Sagar
- Satna
- Chhindwara

VIDYAPEETH | VP PATHSHALA

PHYSICS WALLAH PUBLICATION

Visit Your Vidyapeeth
SCAN ME!

To share Feedback
SCAN ME!

ISBN 978-93-6897-556-4

05e5f1e7-1e9b-42b6-bce3-9d75b610c8cd