ऑल इन वन

RRB NTPC

गैर-तकनीकी लोकप्रिय श्रेणियाँ

5 RRB NTPC ग्रेजुएट और अंडरग्रेजुएट CBT-1 हल पेपर्स 2025

स्टडी पैकेज:

- अध्यायवार थ्योरी और अभ्यास प्रश्न
- 20 विगत वर्ष के हल पेपर्स CBT -1 (2016, 2021 & 2025)
- 10 प्रैक्टिस सेट्स नवीनतम पैटर्न के अनुसार
- 2 कंप्यूटर आधारित टेस्ट्स
- मासिक करेंट अफेयर्स मैगज़ीन (QR कोड)

- गणित
- सामान्य बुद्धिमता एवं तर्क शक्ति
- सामान्य विज्ञान
- सामान्य जागरूकता

ग्रेजुएट और अंडरग्रेजुएट, CBT-1 परीक्षा 2026

विषय सूची

भाग-A (गणित)

1. संख्या पद्धति 1-3
2. सरलीकरण 4-11
3. महत्तम समापवर्तक एवं लघुत्तम समापवर्त्य 12-17
4. अनुपात और आनुपातिक साझेदारी 18-23
5. प्रतिशत 24-28
6. लाभ, हानि एवं छूट 29-35
7. साधारण ब्याज एंव चक्रवृद्धि ब्याज 36-42
8. समय और कार्य 43-50
9. गति, समय और दूरी 51-60
10. क्षेत्रमिति 61-68
11. ज्यामिति 69-80
12. त्रिकोणमिति 81-87
13. बीजगणित 88-92
14. सांख्यिकी 93-96
15. औसत 97-101
16. घड़ी एवं कैलेण्डर 102-110
17. आंकड़े विश्लेषण (डाटा व्याख्या) 111-116

भाग-B (सामान्य बुद्धिमता एवं तर्क शक्ति)

1. सादृश्यता 117-121
2. वर्गीकरण 122-125
3. दिशा और दूरी 126-132
4. वर्णमाला और संख्याश्रृंखला 133-137
5. कूटलेखन-कूटवाचन 138-143
6. गणितीय संक्रियाएँ 144-147
7. रक्त संबंध 148-153
8. न्याय वाक्य 154-159
9. जमब्लिंग 160-161
10. आकृति गणना 162-166
11. वेन आरेख 167-170
12. कथन एवं निष्कर्ष 171-174
13. निर्णय क्षमता 175-180
14. कथन एवं तर्क 181-184
15. कथन एवं पूर्वधारणाएँ 185-188
16. आँकड़ा पर्याप्ता 189-191
17. कथन और कार्यवाही 192-194
18. पहेली परीक्षण 195-198
19. कागज के टुकड़े और मोड़ 199-202
20. प्रतिरूप पूर्ण करना 203-206
21. दर्पण एवं जल प्रतिबिम्ब 207-211
22. छिपी हुई आकृति 212-215
23. श्रृंखला आकृति पूरी करना 216-218

भाग-C (सामान्य विज्ञान)

1. भौतिक विज्ञान 219-243
2. रसायन विज्ञान 244-262
3. जीव विज्ञान 263-306

भाग-D (सामान्य जागरूकता)

1. इतिहास 307-315
2. भूगोल 316-320
3. राजव्यवस्था 321-325
4. अर्थशास्त्र 326-328
5. विज्ञान और प्रौद्योगिकी/पर्यावरण 329-333
6. खेल-कूद 334-338
7. कला और संस्कृति/पुरस्कार/महत्वपूर्ण दिन 339-342
8. महत्वपूर्ण व्यक्तित्व 343-346
9. विविध 347-360

भाग-E (सॉल्वड पेपर्स)

1. RRB NTPC CBT-I, 2016 - 28 Mar 2016 Shift-1 3-10
2. RRB NTPC CBT-I, 2016 - 3 April 2016 Shift-3 11-19
3. RRB NTPC CBT-I, 2016 - 12 Apr 2016 Shift-3 20-28
4. RRB NTPC CBT-I, 2016 - 26 Apr 2016 Shift-2 29-37
5. RRB NTPC CBT-I, 2016 - 27 April 2016 Shift-1 38-46
6. RRB NTPC CBT-I, 2021 - 3 Mar 2021 47-56
7. RRB NTPC CBT-I, 2021 - 5 Mar 2021 Shift-2 57-66
8. RRB NTPC CBT-I, 2021 - 9 Mar 2021 Shift-1 67-76
9. RRB NTPC CBT-I, 2021 - 14 Mar 2021 Shift-2 77-86
10. RRB NTPC CBT-I, 2021 - 15 Mar 2021 Shift-1 87-96
11. RRB NTPC CBT-I, 2021 - 13 Mar 2021 Shift-1 97-105
12. RRB NTPC CBT-I, 2021 - 5 Apr 2021 Shift-1 106-114
13. RRB NTPC CBT-I, 2021 - 7 Apr 2021 Shift-1 115-125
14. RRB NTPC CBT-I, 2021 - 15 Mar 2021 Shift-1 126-135
15. RRB NTPC CBT-I, 2021 - 4 Jan 2021 Shift-1.....136-144

भाग-F (प्रैक्टिस सेट्स)

1. प्रैक्टिस सेट-1 3-7
2. प्रैक्टिस सेट-2 8-12
3. प्रैक्टिस सेट-3 13-17
4. प्रैक्टिस सेट-4 18-22
5. प्रैक्टिस सेट-5 23-27
6. प्रैक्टिस सेट-6 28-32
7. प्रैक्टिस सेट-7 33-37
8. प्रैक्टिस सेट-8 38-42
9. प्रैक्टिस सेट-9 43-47
10. प्रैक्टिस सेट-10 48-52

2 ONLINE COMPUTER BASED TESTS

SCAN → TEST → START
(RRB NTPC CBT-1
Full Mock Test)

SCAN ME

MONTHLY CURRENT AFFAIRS MAGAZINE

SCAN ME

RRB NTPC CBT-1 2025

(Held on 5 Jun 2025 Shift-1)

01 सॉल्वड पेपर

1. सलिल का वेतन पहले 15% घटाया गया और बाद में 10% बढ़ा दिया गया। उसका अंतिम वेतन उसके शुरुआती वेतन की तुलना में कितने प्रतिशत कम था?

(*a*) 10% (*b*) 6.5%

(*c*) 15% (*d*) 1.5%

2. महिला प्रीमियर लीग (WPL) 2025 का खिताब किसने जीता?

(*a*) दिल्ली कैपिटल्स (*b*) मुंबई इंडियंस

(*c*) चेन्नई सुपर किंग्स (*d*) रॉयल चैलेंजर्स बैंगलोर

3. पहली 14 पूर्ण संख्याओं का औसत ज्ञात कीजिए।

(*a*) 6.5 (*b*) 7.5

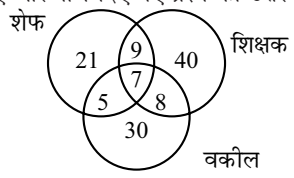
(*c*) 5.5 (*d*) 7

4. बख्शी जगबंधु ने ब्रिटिश भूमि राजस्व नीति के विरोध में पाइका विद्रोह का नेतृत्व किस वर्ष किया था?

(*a*) 1817 (*b*) 1717

(*c*) 1806 (*d*) 1785

5. दिए गए वेन आरेख का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए और नीचे दिए गए प्रश्न का उत्तर दीजिए।



विभिन्न खंडों की संख्याएँ, व्यक्तियों की संख्या को दर्शाती हैं। ऐसे कितने शेफ हैं जो शिक्षक भी हैं लेकिन वकील नहीं हैं?

(*a*) 7 (*b*) 5

(*c*) 9 (*d*) 8

6. एमएस पावरपॉइंट में स्लाइड मास्टर का उद्देश्य क्या है?

(*a*) एनिमेशन और ट्रांजिशन इन्सर्ट करना

(*b*) स्लाइड को इमेज के रूप में एक्सपोर्ट करना

(*c*) सभी स्लाइडों पर एकसमान फॉर्मेटिंग, फॉन्ट और लेआउट लागू करना

(*d*) एक साथ कई स्लाइड डिलीट करना

7. एतुत्तौके (Ettuttokai) संग्रह से निःसृत संगम संकलनों, पुरुनानरु और पदित्रप्पत्तु के प्रमुख वर्ण्य विषय क्या हैं?

(*a*) राजाओं और उनके कार्यों का नायकत्व और प्रशस्ति

(*b*) प्रकृति और परिदृश्यों का वर्णन

(*c*) आध्यात्मिक और धार्मिक विषय

(*d*) प्रेम और भावनात्मक अनुभव

8. यदि '+' और '–' को परस्पर बदल दिया जाए तथा '×' और '÷' को परस्पर बदल दिया जाए, तो निम्नलिखित समीकरण में प्रश्न-चिन्ह (?) के स्थान पर क्या आएगा?

$1125 \times 45 \div 39 - 17 + 19 = ?$

(*a*) 973 (*b*) 992

(*c*) 975 (*d*) 379

9. आर्थिक सर्वेक्षण 2024-25 के अनुसार, भारत के सकल घरेलू उत्पाद के प्रतिशत के रूप में अनुसंधान और विकास (R&D) पर वर्तमान व्यय कितना है?

(*a*) 1.28% (*b*) 0.45%

(*c*) 1.15% (*d*) 0.64%

10. निम्नलिखित में से किस देश ने 2025 में बंगाल की खाड़ी अंतर-सरकारी संगठन (BOBP-IGO) की अध्यक्षता संभाली?

(*a*) म्यांमार (*b*) श्रीलंका

(*c*) बांग्लादेश (*d*) भारत

11. चतुर्भुज ABCD में, AB = 17 cm, BC = 8 cm, CD = 9 cm, AD = 12 cm, और AC = 15 cm है। चतुर्भुज का क्षेत्रफल (cm^2 में) क्या है?

(*a*) 114 (*b*) 105

(*c*) 121 (*d*) 118

12. भारत सरकार द्वारा शुरू किए गए स्मार्ट सिटीज मिशन के अंतर्गत प्रारंभ में कितने शहरों को शामिल किया गया था?

(*a*) 150 (*b*) 50

(*c*) 100 (*d*) 200

13. यदि '+' और '–' को परस्पर बदल दिया जाए तथा '×' और '÷' को परस्पर बदल दिया जाए, तो निम्नलिखित समीकरण में प्रश्न-चिह्न (?) के स्थान पर क्या आएगा?

$38 \div 21 + 436 \times 4 - 73 = ?$

(*a*) 762 (*b*) 763

(*c*) 764 (*d*) 761

14. एक बिस्तर का अंकित मूल्य ₹517 है, जो क्रय मूल्य से 30% अधिक है। यदि लाभ प्रतिशत 2% है। छूट प्रतिशत (दो दशमलव स्थानों तक पूर्णांकित) ज्ञात कीजिए।

(*a*) 24.06% (*b*) 20.36%

(*c*) 21.54% (*d*) 18.57%

15. राहुल की आयु, उसकी पुत्री की आयु से तीन गुना है। अब से 8 वर्ष बाद, उसकी आयु उसकी पुत्री की आयु के दोगुने से 5 वर्ष अधिक होगी। राहुल की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

(*a*) 39 वर्ष (*b*) 36 वर्ष

(*c*) 33 वर्ष (*d*) 30 वर्ष

16. $127 - 7 \times (17 + 6) + 93$ का सरलीकृत मान ज्ञात कीजिए।

(*a*) 62 (*b*) 51

(*c*) 57 (*d*) 59

17. निम्नलिखित में से कौन-सा अक्षर-संख्या समूह दी गई श्रृंखला को तार्किक रूप से पूर्ण बनाने के लिए प्रश्न- चिह्न (?) के स्थान पर आएगा?

OKI 4, QLG 8, SME 12, UNC 16, ?

(*a*) WOV 20 (*b*) VOW 16

(*c*) WOA 20 (*d*) WOA 24

18. दी गई श्रृंखला में प्रश्न-चिन्ह (?) के स्थान पर क्या आना चाहिए?

701 700 697 692 685 ?

(*a*) 673 (*b*) 675

(*c*) 676 (*d*) 671

19. निम्नलिखित में से किस अक्षर-समूह द्वारा # और % को प्रतिस्थापित किया जाना चाहिए ताकि :: के बाईं ओर के अक्षर-समूह युग्म के बीच का पैटर्न और संबंध, :: के दाईं ओर के अक्षर-समूह युग्म के बीच के पैटर्न और संबंध के समान हो?

: LHM :: OKP : %

(*a*) # = FDH, % = NHU

(*b*) # = GCH, % = TPU

(*c*) # = DCV, % = NHY

(*d*) # = UPS, % = RPV

20. चंद्र सतह तापभौतिकीय प्रयोग (ChaSTE), 2025, पेलोड का प्राथमिक उद्देश्य क्या है?

(*a*) चंद्रमा के वायुमंडलीय दाब को मापना

(*b*) चंद्रमा की भूवैज्ञानिक संरचना का आकलन करना

(*c*) चंद्रमा के चुंबकीय क्षेत्र का अध्ययन करना

(*d*) चंद्र रेगोलिथ के ऊर्ध्वाधर तापमान प्रोफाइल को मापना

21. निम्नलिखित में से कौन-सा, रासायनिक परिवर्तन का उदाहरण है?

(*a*) लकड़ी का जलना (*b*) जल का उबलना

(*c*) कागज काटना (*d*) बर्फ पिघलना

सरलीकरण

अध्याय 2

सरलीकरण

सरलीकरण एक जटिल अंकगणितीय अभिव्यक्ति को अधिक सरल अभिव्यक्ति में बदलने की प्रक्रिया है। अभिव्यक्ति को सही क्रम में व्यवस्थित करने का एक प्रभावी तरीका 'VBODMAS' नियम का उपयोग करना है, जिसका विवरण इस प्रकार है,

'VBODMAS' नियम:

अंकगणितीय अभिव्यक्तियों को सरल बनाने के लिए, जिसमें कोष्ठक, गुणा, जोड़ इत्यादि जैसी विभिन्न संक्रियाएँ शामिल हैं, संक्रियाओं के एक विशेष अनुक्रम का पालन किया जाना चाहिए।

संक्रियाओं को उसी क्रम में किया जाना चाहिए, जिसमें वे VBODMAS शब्द में दिखाई देते हैं, जहां शब्द के विभिन्न अक्षर निम्नलिखित संक्रियाओं को दर्शाते हैं।

V = रेखा कोष्ठक या बार (¯)
B = कोष्ठक
O = का/of
D = विभाजन
M = गुणा
A = जोड़
S = घटाव

'VBODMAS' नियम में संक्रियाओं के क्रम का पालन 'VBODMAS' में अक्षरों के क्रम के समान, बाएं से दाएं किया जाता है।
'VBODMAS' नियम में प्रयुक्त अक्षरों का क्रम हमेशा निर्धारित होता है। एकाधिक परिचालनों की अनुपस्थिति या उपस्थिति इस क्रम में परिवर्तन नहीं करती है।
नोट: का/of का मतलब गुणा होता है।

उदाहरण:

सरल बनाएं: $4 + [6 \text{ of } 4 - \{12 \div (10 - \overline{8-6}\,\}]$

हल:

$= 4 + [6 \text{ of } 4 - \{12 \div (10 - \overline{8-6}\,)\}] = 4 + [6 \text{ of } 4 - \{12 \div (10-2)\}]$
$= 4 + [6 \text{ of } 4 - \{12 \div 8\}] = 4 + [6 \text{ of } 4 - 1.5]$
$= 4 + [24 - 1.5] = 4 + 22.5 = 26.5$

वास्तविक संख्या का पूर्ण मान:

वास्तविक संख्या 'x' का निरपेक्ष मान इस प्रकार परिभाषित किया गया है:

$$|x| = \begin{cases} x, \text{ यदि } x > 0 \\ -x, \text{ यदि } x < 0 \end{cases}$$

उदाहरण के लिए: $|3| = 3$ और $|-3| = -(-3) = 3$

सरल और दशमलव भिन्न:

भिन्न:

भिन्न एक गणितीय अवधारणा है जो दो पूर्णांकों के भागफल को दर्शाती है।

भिन्न में दो घटक होते हैं: अंश और हर। अंश, जो कि ऊपरी संख्या है, इंगित करता है कि संपूर्ण के कितने समान खंडों पर विचार किया जाता है। हर, जो कि निचली संख्या है, समान खंडों की कुल संख्या को दर्शाता है जिसमें संपूर्ण को विभाजित किया गया है।

उदाहरण के लिए:

$\frac{4}{7}$ एक भिन्न है, जहाँ 4 को अंश और 7 को हर कहा जाता है।

भिन्नों के प्रकार:

1. **उचित भिन्न:** जब किसी भिन्न का अंश उसके हर से कम हो तो भिन्न को उचित भिन्न कहा जाता है।

   उदाहरण के लिए: $\frac{3}{4}, \frac{5}{13}, \frac{5}{9}$ आदि।

2. **अनुचित भिन्न:** जब किसी भिन्न का अंश उसके हर से बड़ा हो तो भिन्न को अनुचित भिन्न कहा जाता है।

   उदाहरण के लिए: $\frac{4}{3}, \frac{13}{5}, \frac{9}{5}$ आदि।

3. **समान एवं असमान भिन्न:** वे भिन्न, जिनके हर समान हों, समान भिन्न कहलाती हैं, जबकि वे भिन्न, जिनके हर असमान हों, असमान भिन्न कहलाती हैं।

   उदाहरण के लिए: $\frac{4}{13}, \frac{5}{13}, \frac{7}{13}, \frac{11}{13}$ आदि समान भिन्न हैं।

   तथा $\frac{4}{17}, \frac{5}{18}, \frac{7}{19}, \frac{11}{20}$ आदि असमान भिन्न हैं।

4. **समतुल्य भिन्न:** जिन भिन्नों का मान समान होता है, उन्हें समतुल्य भिन्न कहते हैं।

   उदाहरण के लिए: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$

5. **यौगिक भिन्न:** यौगिक भिन्न एक प्रकार का भिन्न होता है जिसमें या तो अंश, हर या दोनों स्वयं में भिन्न होते हैं।

   उदाहरण के लिए: $\frac{1}{3/4}, \frac{13/9}{5}, \frac{7/9}{19/5}$ आदि।

6. **व्युत्क्रम भिन्न:** यदि हम भिन्न के अंश और हर को व्युत्क्रमित करते हैं, तो परिणामी भिन्न मूल भिन्न का व्युत्क्रम भिन्न होगी।

   उदाहरण के लिए: यदि भिन्न = $\frac{14}{23}$ तो उसका व्युत्क्रम भिन्न = $\frac{23}{14}$

7. **मिश्रित भिन्न:** वह भिन्न जो पूर्णांक और भिन्न का संयोजन हो, मिश्रित भिन्न कहलाती है।

   उदाहरण के लिए: $2\frac{4}{9}, 7\frac{13}{15}, 9\frac{9}{37}$ आदि।

8. **सतत भिन्न:** इसकी कोई निश्चित परिभाषा नहीं है, केवल यह कहा जाता है कि किसी भिन्न के हर में अतिरिक्त भिन्न होते हैं, इसे सतत भिन्न कहा जाता है।

उदाहरण के लिए: $3+\dfrac{1}{2+\dfrac{2}{5+\dfrac{2}{3}}}, 16+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}}}$ आदि।

साधारण भिन्नों की तुलना

भिन्नों की तुलना करने की कुछ विधियाँ यहां दी गई हैं:

1. **वज्र-गुणन विधि:** यदि $\frac{a}{b}$ और $\frac{c}{d}$ दो भिन्न हैं, तो

   (i) यदि $ad > bc$, तो $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

   (ii) यदि $ad > bc$, तो $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

   (iii) यदि $ad > bc$, तो $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

   उदाहरण:

   $\frac{15}{37}$ और $\frac{7}{18}$ के बीच कौन सा भिन्न बड़ा है?

   हल:

   दिया गया है, $\frac{15}{37}$ और $\frac{7}{18}$ चूँकि, $15 \times 18 > 37 \times 7$; इसलिए, $\frac{15}{37} > \frac{7}{18}$

2. **भिन्नों को दशमलव रूप में बदलकर:** दो या दो से अधिक भिन्नों की तुलना करने के लिए पहले भिन्नों को दशमलव रूप में बदलें और फिर तुलना करें।

   उदाहरण:

   $\frac{19}{37}$ और $\frac{13}{28}$ के बीच कौन-सा भिन्न बड़ा है?

   हल:

   यहाँ, $\frac{19}{37} = 0.513$ और $\frac{13}{28} = 0.464$

   स्पष्ट है कि $0.513 > 0.464$

   अत:, $\frac{19}{37} > \frac{13}{28}$

   अत: बड़ा भिन्न = $\frac{19}{37}$

3. **दिए गए भिन्नों के हरों को बराबर करके:** भिन्नों की तुलना करने के लिए, सभी भिन्नों के हरों का एलसीएम लें, ताकि सभी भिन्नों के हर समान हों। अब, सबसे बड़े अंश वाली भिन्न सबसे बड़ी भिन्न होती है।

   उदाहरण:

   $\frac{3}{5}, \frac{7}{9}, \frac{11}{13}, \frac{13}{15}$ भिन्नों को बढ़ते क्रम में व्यवस्थित करें।

   हल:

   5, 9, 13 और 15 का एलसीएम = 585

   $\frac{3}{5} = \frac{3\times117}{5\times117} = \frac{351}{585}, \frac{11}{13} = \frac{11\times45}{13\times45} = \frac{495}{585}, \frac{7}{9} = \frac{7\times65}{9\times65} = \frac{455}{585}$ और

   $\frac{13}{15} = \frac{13\times39}{15\times39} = \frac{507}{585}$

   अब, सबसे बड़े अंश वाला भिन्न सबसे बड़ा होगा।

   बढ़ता क्रम: $\frac{351}{585}, \frac{455}{585}, \frac{495}{585}, \frac{507}{585}$

   अत:, बढ़ता हुआ क्रम होगा $\frac{3}{5}, \frac{7}{9}, \frac{11}{13}, \frac{13}{15}$

4. **दिए गए भिन्नों के अंशों को बराबर करके:** भिन्नों की तुलना के लिए, सभी भिन्नों के अंशों का एलसीएम लें, ताकि सभी भिन्नों के अंश समान हों। अब, सबसे छोटे हर वाली भिन्न सबसे बड़ी भिन्न होती है।

   उदाहरण:

   $\frac{3}{13}, \frac{2}{15}, \frac{4}{17}, \frac{5}{19}$ में से कौन सा भिन्न सबसे बड़ा है?

   हल:

   3, 2, 4 और 5 का ल.स. = 60

   $\frac{3}{13} = \frac{3\times20}{13\times20} = \frac{60}{260}, \frac{2}{15} = \frac{2\times30}{15\times30} = \frac{60}{450}, \frac{4}{17} = \frac{4\times15}{17\times15}$

   $= \frac{60}{255}, \frac{5}{19} = \frac{5\times12}{19\times12} = \frac{60}{228}$

   अब, सबसे छोटे हर वाली भिन्न सबसे बड़ी होगी।

   अत:, $\frac{5}{19}$ सबसे बड़ा भिन्न है।

साधारण भिन्नों पर संक्रियाएँ

1. **साधारण भिन्नों का योग:**

   (i) **जब हर समान हों:** जब भिन्नों के हर समान हों तो भिन्नों के अंशों का योग किया जाता है। परिणामी अंश इस योग को सामान्य हर से विभाजित करके प्राप्त किया जाता है।

   उदाहरण के लिए: $\frac{1}{5}+\frac{3}{5} = \frac{(1+3)}{5} = \frac{4}{5}$

   (ii) **जब हर समान न हों:** यदि भिन्नों के हर समान नहीं हैं, तो उनके हरों को बराबर करें (उनका ल.स. लेकर) और फिर उनके अंशों को जोड़ें।

   उदाहरण के लिए: $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{4}{7} = \frac{(1\times35)+(2\times21)+(4\times15)}{105}$

   $= \frac{35+42+60}{105} = \frac{137}{105} = 1\frac{32}{105}$

2. **साधारण भिन्नों का घटाव:**

   (i) **जब हर समान हों:** यदि भिन्नों के हर समान हों, तो भिन्नों के अंशों को घटा दिया जाता है और उनके घटाव को हर से विभाजित कर दिया जाता है।

   उदाहरण के लिए: $\frac{3}{5}-\frac{1}{5} = \frac{(3-1)}{5} = \frac{2}{5}$

   (ii) **जब हर समान न हों:** यदि भिन्नों के हर समान नहीं हैं, तो उनके हरों को बराबर करें (उनका ल.स. लेकर) और फिर उनके अंशों को घटा दें।

   उदाहरण के लिए: $\frac{4}{5}-\frac{2}{7} = \frac{(4\times7)-(2\times5)}{35} = \frac{28-10}{35} = \frac{14}{35}$

3. **साधारण भिन्नों का गुणन:**

   (i) दो या दो से अधिक मूल भिन्नों का गुणनफल ज्ञात करने के लिए, आपको शीर्ष संख्याओं (अंश) को एक साथ गुणा करना चाहिए और निचली संख्याओं (हर) के साथ भी ऐसा ही करना चाहिए। इससे आपको परिणामी भिन्न प्राप्त होगा।

   उदाहरण के लिए: $\frac{13}{15}\times\frac{1}{5} = \frac{(13\times1)}{(15\times5)} = \frac{13}{75}$

   (ii) यदि भिन्न मिश्रित रूप में दी गई हैं तो पहले उन्हें अनुचित भिन्न में बदलें और फिर गुणा करें।

   उदाहरण के लिए: $2\frac{4}{5}\times9\frac{2}{7} = \frac{14}{5}\times\frac{65}{7} = \frac{2\times13}{1} = 26$

   जिस भिन्न का हर 1 है उसे हर के बिना ही लिखा जाता है।

4. साधारण भिन्नों का विभाजन:

दो भिन्नों को विभाजित करने के लिए पहले भिन्न को दूसरे भिन्न के व्युत्क्रम से गुणा किया जाता है।

उदाहरण के लिए: $\frac{13}{15} \div \frac{1}{5} = \frac{13}{15} \times \frac{5}{1} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$

दशमलव भिन्न:

यदि भिन्न का हर 10 की घातों में हो तो भिन्न को दशमलव भिन्न कहा जाता है।

उदाहरण के लिए: (i) इकाई का 10 वाँ भाग = $\frac{1}{10}$ = 0.1

(ii) 7 का 10 वाँ भाग = $\frac{7}{10}$ = 0.7

दशमलव संख्या को साधारण भिन्न में बदलने के लिए:

सबसे पहले, दशमलव संख्या के नीचे हर में 1 रखें। दशमलव बिंदु को हटाने के बाद 1 के बाद उतने ही शून्य लगाएं जितने दशमलव बिंदु के बाद अंकों की संख्या हो। फिर, यह दशमलव भिन्न बन जाता है। अंत में, भिन्न को उसके निम्नतम पदों तक घटाएँ जो कि एक अशिष्ट भिन्न है।

उदाहरण के लिए:

(i) $0.37 = \frac{37}{100}$

(ii) $0.40790 = \frac{40790}{100000} = \frac{4079}{10000}$

- दशमलव अंश के दाई ओर शून्य लगाने से मान में कोई परिवर्तन नहीं होता है। अत:, 0.9, 0.90, 0.900, 0.9000 सभी बराबर हैं।
- यदि भिन्न के अंश और हर में दशमलव स्थानों की संख्या समान है, तो प्रत्येक दशमलव बिंदु को हटाया जा सकता है।

दशमलव भिन्नों के प्रकार:

(i) सांत दशमलव में दशमलव के बाद अंकों की एक सीमित संख्या होती है। यदि 2^m और 5^n या 2 या 5 की घात के गुणनफल के रूप में एक हर है, तो इसे सांत दशमलव कहा जाएगा।

उदाहरण के लिए: 0.45, 0.72, 0.125 आदि।

(ii) **असांत दशमलव:** दशमलव के बाद अनंत अंक होते हैं।

उदाहरण के लिए: 0.57777..., 0.23333... आदि।

(iii) **आवर्ती दशमलव:** वह दशमलव भिन्न, जिसमें एक या अधिक दशमलव अंक बार-बार दोहराए जाते हैं, आवर्ती दशमलव कहलाता है। इन भिन्नों को दर्शाने के लिए दोहराए जाने वाले अंकों पर एक रेखा खींची जाती है।

उदाहरण के लिए: 0.444..., 4.222..., 7.232323 ..., 61.456456456 ... आदि।

दशमलव भिन्नों को उनके आवर्ती पैटर्न के आधार पर दो श्रेणियों में वर्गीवृत किया जा सकता है।

1. शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न: दशमलव भिन्न को शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न कहा जाता है जब दशमलव बिंदु के बाद के सभी अंक दोहराए जाते हैं।

उदाहरण के लिए: $0.\overline{7}, 0.\overline{489}$ आदि।

शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्नों को सरल भिन्नों (साधारण भिन्नों) में बदलने के लिए सबसे पहले, दोहराए गए अंकों को अंश में केवल एक बार लिखें और फिर हर में दोहराए जाने वाले अंकों की संख्या के बराबर 9 रखें।

उदाहरण के लिए:

(a) $0.\overline{7} = \frac{7}{9}$; चूँकि, केवल 1 दोहराया गया अंक है।

इसलिए, हर में केवल एकल 9 रखा गया है।

(b) $0.\overline{489} = \frac{489}{999}$; चूँकि, केवल 3 दोहराये गये अंक है।

इसलिए, हर में तीन 9 रखे गए हैं।

2. मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न: जब दशमलव भिन्न में कुछ अंक दोहराए जाते हैं और कुछ दशमलव के बाद दोहराए नहीं जाते हैं, तो इसे मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न कहा जाता है।

उदाहरण के लिए: $3.22\overline{7}, 0.12\overline{489}$, आदि।

मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्नों को सरल भिन्नों (साधारण भिन्नों) में बदलने के लिए अंश में, दशमलव बिंदु के बाद के सभी अंकों से बनी संख्या और गैर-दोहराए जाने वाले अंकों से बनी संख्या के बीच का अंतर लें। हर में उतने ही नौ लगाएं जितने दोहराए जाने वाले अंक हों और नौ के बाद उतने ही शून्य लगाएं जितने गैर-दोहराए गए अंक हों।

उदाहरण के लिए:

(a) $0.22\overline{7} = \frac{(227-22)}{900} = \frac{205}{900} = \frac{41}{180}$

(b) $0.12\overline{489} = \frac{(12489-12)}{99900} = \frac{12477}{99900}$

(iv) **गैर-आवर्ती दशमलव** - एक गैर-समाप्ति, गैर-दोहराया जाने वाला दशमलव एक दशमलव संख्या है जो अंतहीन रूप से चलती रहती है, जिसमें अंकों का कोई समूह अंतहीन रूप से दोहराया नहीं जाता है।

जिन दशमलवों को भिन्नों के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता उन्हें अपरिमेय संख्याओं के रूप में वर्गीकृत किया जाता है।

उदाहरण के लिए: 1.4142135623..., 17320508075... आदि।

दशमलव भिन्नों पर संक्रियाएँ

दशमलव भिन्न विभिन्न प्रकार की संक्रियाओं से गुजर सकते हैं, जैसा कि नीचे बताया गया है:

1. दशमलव भिन्नों का जोड़ और घटाव: दशमलव भिन्नों को जोड़ने या घटाने के लिए, दी गई संख्याओं को एक दूसरे के नीचे इस प्रकार लिखा जाता है कि दशमलव बिंदु एक कॉलम में हों और इस प्रकार व्यवस्थित संख्याओं को अब जोड़ और घटाव की पारंपरिक विधि के अनुसार जोड़ा या घटाया जा सकता है।

उदाहरण के लिए: (a)

(i) 252.5 + 3.32 + 47.27 = ?

(ii) 10000 – 1132.23 = ?

हल: (i)

$$\begin{array}{r} 252.5 \\ 3.32 \\ +47.27 \\ \hline 303.09 \end{array}$$

हल: (ii)

$$\begin{array}{r} 10000.00 \\ -1132.23 \\ \hline 8867.77 \end{array}$$

उदाहरण के लिए: (b)

$8.2\overline{3} + 0.\overline{7} + 0.00\overline{3} = ?$

हल:

पहले दशमलव को भिन्न में बदलें और फिर जोड़ें।

$$8 + \frac{21}{90} + \frac{7}{9} + \frac{3}{900} = \frac{7200 + 210 + 700 + 3}{900}$$

$$\frac{8113}{900} = 9\frac{13}{900} = 9 + \frac{14-1}{900} = 9.01\overline{4}$$

2. दो या दो से अधिक दशमलव भिन्नों का गुणन: जब भिन्नों को गुणा किया जाता है, तो प्रारंभ में दशमलव बिंदुओं को अनदेखा कर दिया जाता है। गुणन ऐसे किया जाता है मानो भिन्न पूर्ण संख्याएँ हों। गुणनफल प्राप्त करने के बाद दाहिनी ओर से दशमलव बिंदु लगाया जाता है। दशमलव बिंदु की स्थिति दोनों गुणकों में दशमलव स्थानों की कुल संख्या से निर्धारित होती है।

उदाहरण के लिए:

(i) $4.7 \times 0.19 = ?$

हल:

$47 \times 19 = 893$

दशमलव स्थानों का योग = $(1 + 2) = 3$

आवश्यक गुणज = 0.893

(ii) $0.\overline{936} \times 0.\overline{12} = ?$

हल:

$$0.\overline{936} \times 0.\overline{12} = \frac{936}{999} \times \frac{12}{99} = \frac{104 \times 4}{333 \times 11} = \frac{416}{3663} = 0.113$$

3. दशमलव भिन्न का पूर्णांक से गुणन:

दिए गए पूर्णांक को दशमलव बिंदु पर विचार किए बिना दशमलव संख्या से गुणा किया जाता है और फिर गुणनफल में, दशमलव बिंदु की स्थिति दी गई दशमलव संख्या के दशमलव स्थानों की संख्या से निर्धारित होती है।

उदाहरण के लिए:

निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए –

(i) 17.92×4 (ii) 0.0735×10

(iii) 6.82×14

हल:

(i) 17.92×4; दशमलव बिंदु को ध्यान में रखे बिना गुणा करें,

$1792 \times 4 = 7168$

अत:, $17.92 \times 4 = 71.68$

चूँकि, दिए गए दशमलव अंश में दशमलव बिंदु दो स्थान पहले है। अत: गुणकल में दशमलव बिन्दु भी दो स्थान पहले लगाया जायेगा।

इसी प्रकार,

(ii) $0.0735 \times 10 = 0.735$ (iii) $6.82 \times 14 = 95.48$

4. दशमलव भिन्न का पूर्णांक से विभाजन:

दी गई दशमलव संख्या पर विभाजन संक्रिया ऐसे करें जैसे कि वह एक पूर्ण संख्या हो। इसके बाद, भागफल में दशमलव बिंदु को उसी स्थिति में रखें, जिस स्थान पर वह अंश में था।

उदाहरण के लिए:

निम्नलिखित को विभाजित करें–

(i) $0.144 \div 12$ (ii) $1.3125 \div 25$

हल:

(i) $\frac{144}{12} = 12 \Rightarrow \frac{0.144}{12} = 0.012$ [दशमलव के तीन स्थान]

(ii) $\frac{13125}{25} = 525 \Rightarrow \frac{1.3125}{25} = 0.0525$ [दशमलव के चार स्थान]

5. दशमलव भिन्नों का विभाजन:

इस प्रकार के विभाजनों में, भाज्य और भाजक दोनों को शुरू में 10 के उचित गुणज से गुणा किया जाता है। यह भाजक को पूर्ण संख्या में बदलने के लिए किया जाता है। इसके बाद, विभाजन के मानक नियम लागू होते हैं।

उदाहरण के लिए:

निम्नलिखित को विभाजित करें–

(i) $42 \div 0.006$

(ii) $0.000048 \div 0.08$

हल:

(i) $$\frac{42}{0.006} = \frac{42}{0.006} \times \frac{1000}{1000} = \frac{42000}{6} = 7000$$

(ii) $$\frac{0.000048}{0.08} = \frac{0.000048}{0.08} \times \frac{100}{100} = \frac{0.0048}{8}$$

$= 0.0006$

यहां साधारण और दशमलव भिन्नों के बारे में याद रखने योग्य कुछ मुख्य बिंदु दिए गए हैं

(i) किसी भिन्न में, यदि अंश, हर के बराबर है, तो भिन्न का मान 1 के बराबर होता है।

(ii) किसी भिन्न का हर कभी शून्य नही हो सकता।

(iii) यदि किसी भिन्न का अंश शून्य हो और हर शून्य के बराबर न हो, तो भिन्न का मान शून्य होता है।

(iv) यदि किसी भिन्न के अंश या हर को एक ही संख्या से गुणा या विभाजित किया जाए, तो भिन्न का मान अपरिवर्तित रहता है।

(v) किसी भिन्न को उसके सरलतम रूप में तब माना जाता है जब अंश और हर के बीच एकमात्र उभयनिष्ठ गुणनखंड 1 हो।

वर्ग और वर्गमूल

वर्ग:

यदि किसी संख्या को उसी से गुणा किया जाए तो इस गुणा के परिणाम को उस संख्या का वर्ग कहा जाता है।

उदाहरण के लिए:

(i) 6 का वर्ग = $6 \times 6 = 36$

(ii) 12 का वर्ग = $12 \times 12 = 144$

(iii) 100 का वर्ग = $100 \times 100 = 10000$

वर्ग ज्ञात करने की विधियाँ:

किसी संख्या का वर्ग निकालने की विभिन्न विधियाँ इस प्रकार हैं

1. गुणन विधि

इस विधि में किसी भी 2 अंकीय संख्या का वर्ग निम्नलिखित चरणों द्वारा ज्ञात किया जा सकता है

चरण I इकाई के अंक का वर्ग करें।

{यदि वर्ग में दो अंक हैं, तो दहाई का अंक केरी के रूप में लिखें}

चरण II 2 × दहाई का अंक × इकाई का अंक + केरी

चरण III (दहाई का अंक)^2 + केरी

चरण IV अब, चरण III संख्या से शुरू होने वाली संख्याओं को, फिर चरण II और अंत में चरण I संख्या को इकाई के स्थान पर व्यवस्थित करें।

उदाहरण:

76 का वर्ग ज्ञात कीजिए।

हल:

चरण I $(6)^2 = 36$ {केरी = 3}

चरण II $2 \times 7 \times 6 + 3 = 87$ {केरी = 8}

चरण III $(7)^2 + 8 - 57$

चरण IV 5776

2. बीजगणितीय विधि

बीजीय विधि द्वारा वर्ग की गणना करने के लिए निम्नलिखित दो सूत्रों का उपयोग किया जाता है।

(i) $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

(ii) $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

उदाहरण:

74 का वर्ग ज्ञात कीजिए।

हल:

$(74)^2 = (70 + 4)^2 = (70)^2 + (4)^2 + 2 \times 70 \times 4$

$= 4900 + 16 + 560 = 5476$

उदाहरण:

1849 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

हल:

यदि किसी संख्या के वर्ग ईकाई का अंक 9 है, तो संख्या का ईकाई का अंक 3 या 7 होगा

साथ ही, $40^2 < 1849 < 50^2$

अत: 1849 का वर्गमूल 43 या 47 हो सकता है।

चूंकि 1849, 40^2 के नजदीक है, इसलिए 1849 का वर्गमूल 43 होगा।

दशमलव संख्याओं का वर्ग:

दशमलव संख्या के वर्ग की गणना करने के लिए, आप इन चरणों का पालन कर सकते हैं:

1. दशमलव बिंदु को अनदेखा करें और संख्या का वर्ग ऐसे खोजें जैसे कि वह एक पूर्ण संख्या हो।
2. मूल संख्या में दशमलव बिंदु के बाद अंकों की कुल संख्या की गणना करें।
3. इस गिनती को दोगुना करें।
4. अपने उत्तर में दशमलव बिंदु रखें और, चरण 3 में पाए गए स्थानों की संख्या के अनुसार बाएं चलें।

उदाहरण:

6.5 का वर्ग ज्ञात कीजिए।

हल:

$(65)^2 = 4225$

यहाँ, दशमलव 6.5 में एक अंक के बाद है। अत: उत्तर में, दशमलव को मूल संख्या में दशमलव के दोगुने स्थान के बाद रखा जाएगा।

$(6.5)^2 - 42.25$

वर्गमूल:

किसी संख्या का वर्गमूल वह संख्या है जिसका वर्ग दी गई संख्या के बराबर होता है। इसे √ चिन्ह से दर्शाया जाता है

उदाहरण के लिए:

64 का वर्गमूल 8 हैं, क्योंकि $(8)^2 = 64$

वर्गमूल ज्ञात करने की शार्ट ट्रिक विधियाँ:

किसी संख्या का वर्गमूल निकालने की विभिन्न विधियाँ इस प्रकार हैं

1. **अभाज्य गुणनखंडन विधि**

इस विधि में निम्नलिखित चरणों का उपयोग किया जाता है

चरण I दी गई संख्या को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त करें।

चरण II गुणनखंडों को समान अभाज्य संख्याओं के जोड़े में व्यवस्थित करें।

चरण III समान अभाज्य संख्याओं के प्रत्येक जोड़े में से एक संख्या लेकर इन अभाज्य गुणनखंडों का गुणनफल लें।

उदाहरण:

1849 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

हल:

1849 के अभाज्य गुणनखंड = 43×43

$\sqrt{1849} = \sqrt{43 \times 43}$

अब, प्रत्येक जोड़ी से एक संख्या लेकर गुणा करने पर हमें प्राप्त होता है

$\sqrt{1849} = 43$

दशमलव संख्याओं का वर्गमूल:

यदि किसी दी गई दशमलव संख्या में दशमलव के बाद के अंकों की संख्या सम नहीं है, तो हम दाहिनी ओर 0 (शून्य) लगाते हैं। ताकि दशमलव बिंदु के बाद अंकों की संख्या सम हो। अब, पिछली व्याख्या की तरह ही दशमलव बिंदु से पहले दाई ओर से और दशमलव अंक के बाद बाएं हाथ से शुरू करके अवधियों को चिह्नित किया जाता है।

भिन्न का वर्गमूल:

किसी भिन्न का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए हमें अंश और हर का वर्गमूल अलग-अलग निकालना होगा।

उदाहरण:

$\sqrt{\frac{3844}{81}}$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए

हल:

$$\sqrt{\frac{3844}{81}} = \frac{\sqrt{3844}}{\sqrt{81}} = \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 31 \times 31}}{\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3}} = \frac{2 \times 31}{3 \times 3} = \frac{62}{9}$$

घन:

जब किसी संख्या को स्वयं उसी से तीन बार गुणा किया जाता है, तो परिणामी गुणनफल को मूल संख्या का घन कहा जाता है।

उदाहरण के लिए:

(i) 7 का घन = $7 \times 7 \times 7 = 343$

(ii) 13 का घन = $13 \times 13 \times 13 = 2197$

घन ज्ञात करने की विधियाँ:

किसी संख्या का घनमूल निकालने की विभिन्न विधियाँ इस प्रकार हैं

बीजगणितीय विधि

इस विधि से घन की गणना करने के लिए निम्नलिखित दो सूत्रों का उपयोग किया जाता है

(i) $(a+b)^3 = a^3 + 3ab\,(a+b) + b^3$

(ii) $(a-b)^3 = a^3 - 3ab\,(a-b) - b^3$

उदाहरण के लिए:

26 का घन $= (20+6)^3$

$= (20)^3 + 3 \times 20 \times 6\,(20+6) + (6)^3$

$= 8000 + 9360 + 216 = 17576$

वैकल्पिक विधि

उदाहरण:

65 का घन ज्ञात कीजिए।

हल:

यहाँ इकाई का अंक 5 तथा दहाई का अंक 6 है।

चरण I दहाई अंक का घन सबसे बायीं ओर लिखें।

अत: $(6)^3 = 216$

चरण II अब दाहिनी ओर के अगले दो पद सामान्य अनुपात (इकाई का अंक / दहाई का अंक) की गुणोत्तर श्रेणी में होंगे, इसलिए, अगले दो पद $216 \times \frac{5}{6} = 180$ और $180 \times \frac{5}{6} = 150$ होंगे

चरण III अंतिम पद इकाई के अंक का घन होगा, यानी $(5)^3 = 125$ इसलिए, उन्हें 216 180 150 125 के रूप में व्यवस्थित किया गया है

चरण IV उनके नीचे दूसरे और तीसरे पद का दोगुना लिखा जाता है और जोड़ा जाता है।

तो,	58	46	12	केरी
	216	180	150	125
	+	360	300	
	274	6	2	5

$\therefore (65)^3 = 274625$

घनमूल:

किसी दी गई संख्या का घनमूल वह संख्या है जिसका घन दी गई संख्या है। घनमूल को चिन्ह '$\sqrt[3]{\ }$' द्वारा दर्शाया जाता है। किसी धनात्मक पूर्णांक का घनमूल सदैव धनात्मक होता है।

उदाहरण के लिए:

(i) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4} = 4$

(ii) $\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{9 \times 9 \times 9} = 9$

घनमूल ज्ञात करने की विधि:

किसी संख्या का घनमूल ज्ञात करने की केवल एक ही विधि है जो इस प्रकार है:

अभाज्य गुणनखंडन शार्ट ट्रिक:

अवधारणा:

यदि किसी संख्या की इकाई के स्थान पर 5 है, तो उसके वर्ग की गणना इस प्रकार की जा सकती है

$(T.5)^2 = T \times (T+1)\ .25$

विद्यार्थी को यह समझना चाहिए कि बिंदु (.) केवल संख्याओं के बीच अलगाव को दर्शाता है।

उदाहरण:

135 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल:

$(135)^2 = 13 \times (13+1)\ .25 = 18225$

संकल्पना:

$\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\ldots}}}$ का मान ज्ञात करने के लिए x का गुणनखंड करें। यदि $x = p(p+1)$ तो $(p+1)$ आपका उत्तर है।

उदाहरण:

$\sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12+\ldots}}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

हम जानते हैं कि, $12 = 3 \times 4 = 3\,(3+1)$

$\therefore \sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12+\ldots}}} = 4$

अवधारणा:

$\sqrt{x-\sqrt{x-\sqrt{x-\ldots.}}}$ का मान ज्ञात करने के लिए, x का गुणनखंड करें। यदि $x = p(p+1)$, तो (p) आपका उत्तर है।

उदाहरण:

$\sqrt{12-\sqrt{12-\sqrt{12-\ldots}}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

हम जानते हैं कि, $12 = 3 \times 4 = 3\,(3+1)$

$\therefore \sqrt{12-\sqrt{12-\sqrt{12-\ldots}}} = 3$

अवधारणा:

$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\ldots\infty}}} = x$

उदाहरण:

$\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\ldots\infty}}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\ldots\infty}}} = 7$

संकल्पना:

$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\ldots n}}} = x^{\left(\frac{2^n-1}{2^n}\right)}$ जहां n, x को दोहराए जाने की संख्या है।

उदाहरण:

$\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7}}}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

यहाँ, $n = 4$

$\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7}}}} = 7^{\left(\frac{2^4-1}{2^4}\right)} = 7^{15/16}$

घातांक और करणी

करणी:

जब किसी गैर-ऋणात्मक परिमेय संख्या (अर्थात $\sqrt[n]{m}$ प्रकार की राशियाँ, m परिमेय संख्या है) का मूल सटीक हल प्रदान नहीं करता है:, तो इस मूल को करणी कहा जाता है।

उदाहरण के लिए:

$\sqrt{2}, \sqrt{5}, 3\sqrt{13}, p+\sqrt{q}$

- सभी करणी अपरिमेय संख्याएँ हैं।
- सभी अपरिमेय संख्याएँ करणी नहीं हैं।

करणी का घात:

मान लीजिए कि R एक परिमेय संख्या है और m एक धनात्मक पूर्णांक है, जो कि $R^{1/m} = \sqrt[m]{R}$ अपरिमेय है। तो, $\sqrt[m]{R}$ को m वीं घात का करणी कहा जाता है और R को मूलांक कहा जाता है।

यहाँ, $17^{1/2} = \sqrt{17}$ = द्वितीय घात का करणी और $16^{1/5} = \sqrt[5]{16}$ = 5वीं घात का करणी

- घात 2 के करणी को द्विघात करणी के रूप में जाना जाता है।
- घात 3 के करणी को घन करणी के रूप में जाना जाता है।

करणी के गुण:

(i) एक द्विघात करणी एक परिमेय संख्या और एक द्विघात करणी के योग और अंतर के बराबर नहीं हो सकती।

उदाहरण के लिए: $a+b \neq \sqrt{c}$ या

$\sqrt{a}-b \neq \sqrt{c}$

(ii) यदि $a+\sqrt{b} = c+\sqrt{d}$ या $a-\sqrt{b} = c-\sqrt{d}$, तो $a = c, b = d$

(iii) यदि $a+\sqrt{b} = c+\sqrt{d}$, तो $a-\sqrt{b} = c-\sqrt{d}$ और इसके विपरीत।

(iv) यदि $\sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{c}+\sqrt{d}$., तब $\sqrt{a-\sqrt{b}} = \sqrt{c}-\sqrt{d}$ और इसके विपरीत।

करणी के नियम:

मान लीजिए M, N दो धनात्मक परिमेय संख्याएँ हैं और m, n दो धनात्मक पूर्णांक हैं,

(i) $\sqrt[m]{M} = M^{1/m}$

(ii) $\sqrt[m]{MN} = \sqrt[m]{M} \times \sqrt[m]{N}$

(iii) $\sqrt[m]{\frac{M}{N}} = \frac{\sqrt[m]{M}}{\sqrt[m]{N}}$

(iv) $\left(\sqrt[m]{M}\right)^m = M$

(v) $\left(\sqrt[m]{M}\right)^n = (M^{1/m})^n = M^{n/m} = \sqrt[m]{M^n}$

(vi) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{M}} = \sqrt[mn]{M} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{M}}$

(vii) $\sqrt{M^2 N} = M\sqrt{N}$

करणी का संयुग्मी:

दो द्विपद करणी जो उन्हें जोड़ने वाले पदों के बीच केवल चिह्न (+ या -) में भिन्न होते हैं, संयुग्मी करणी कहलाते हैं।

उदाहरण:

$x+\sqrt{y}$ का संयुग्मी $x-\sqrt{y}$ है।

करणी का परिमेयीकरण:

एक करणी को दूसरी करणी से गुणा करके एक परिमेय संख्या प्राप्त करने की विधि को करणी का परिमेयीकरण के रूप में जाना जाता है। दोनों करणी को एक दूसरे के तर्कसंगत कारक के रूप में जाना जाता है।

यदि कोई संख्या $\frac{1}{\sqrt{x} \pm \sqrt{y}}$ के रूप में है, तो उसके हर को तर्कसंगत बनाने के लिए अंश और हर को $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ से गुणा करना चाहिए।

करणी की तुलना:

माना दी गयी करणी $p^{1/a}, q^{1/b}, r^{1/c}$ हैं। सबसे पहले, a, b, c का ल.स. ज्ञात करते हैं और फिर इसे हर की घात समान करने के लिए उपयोग करते हैं। तो, हम अभीष्ट घात आसानी से ज्ञात कर सकते हैं।

उदाहरण:

$\sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{3}$, और $\sqrt[6]{5}$ को बढ़ते हुए क्रम में व्यवस्थित कीजिये।

हल:

यहाँ, पद $\sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{3}$ और $\sqrt[6]{5}$ निम्न रूप में लिखे जा सकते हैं:

$\sqrt[3]{2} = (2)^{1/3}$

$\sqrt[4]{3} = (3)^{1/4}$

$\sqrt[6]{5} = (5)^{1/6}$

अब, हम प्रत्येक गुणांक के हर की घात समान करेंगें, अर्थात 12 (3, 4 और 6 का ल.स. = 12)

अत:, $\sqrt[3]{2} = (2)^{1/3} = (2)^{4/12} = \sqrt[12]{16}$

$\sqrt[4]{3} = (3)^{1/4} = (3)^{3/12} = \sqrt[12]{27}$

$\sqrt[6]{5} = (5)^{1/6} = (5)^{2/12} = \sqrt[12]{25}$

अत:, $\sqrt[12]{27} > \sqrt[12]{25} > \sqrt[12]{16} = \sqrt[4]{3} > \sqrt[6]{5} > \sqrt[3]{2}$

$a+\sqrt{b}$ के प्रकार की करणी का वर्गमूल:

$$\sqrt{x+\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x+\sqrt{x^2-y}}{2}} + \sqrt{\frac{x-\sqrt{x^2-y}}{2}}$$

$$\sqrt{x-\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x+\sqrt{x^2-y}}{2}} + \sqrt{\frac{x-\sqrt{x^2-y}}{2}}$$

उदाहरण:

$6-\sqrt{35}$ का मान ज्ञात कीजिये।

हल:

$$6-\sqrt{35} = \pm\left\{\sqrt{\frac{6+\sqrt{6^2-35}}{2}} - \sqrt{\frac{6-\sqrt{6^2-35}}{2}}\right\}$$

$$= \pm\left\{\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{5}{2}}\right\} \pm \frac{1}{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5})$$

अभ्यास प्रश्न

1. निम्नलिखित को हल करें।
$4 \times 36 \div 6 = ?$
(*a*) 10 (*b*) 1 (*c*) −1 (*d*) 0

2. $243 \div 3 \div 3 \div 3 \div 3$ का मान _____ के बराबर होगा।
(*a*) 27 (*b*) 3 (*c*) 243 (*d*) 9

3. निम्नलिखित व्यंजक का मान क्या है?
$394 \times 394 + 2 \times 394 \times 106 + 106 \times 106$
(*a*) 25000 (*b*) 500
(*c*) 2500 (*d*) 250000

4. $7 \times 0.7 \times 0.7 \times 0.0007 \times 70$ का मान ज्ञात कीजिए।
(*a*) 1.6807 (*b*) 0.016807
(*c*) 0.0016807 (*d*) 0.16807

5. $0.\overline{56} + 0.\overline{43} + 0.\overline{89}$ का मान ज्ञात कीजिए।
(*a*) $1.\overline{98}$ (*b*) $1.\overline{87}$
(*c*) $1.\overline{89}$ (*d*) $1.\overline{88}$

6. निम्नलिखित व्यंजक को सरल कीजिए।
$0.25 \div 0.0025 \times 0.025 \times 2.5$
(*a*) 6.25 (*b*) 400 (*c*) 625 (*d*) 100

7. $74 \div \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \div \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right)\right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।
(*a*) $\frac{1}{12}$ (*b*) 60 (*c*) $\frac{30}{37}$ (*d*) $\frac{5}{12}$

8. निम्नलिखित का मान क्या होगा?
$(1 \times 23) - \sqrt{(758 + \sqrt{676})} - (49^2 \times 1 \div 7) + 15 \times 33$
(*a*) 153 (*b*) 123 (*c*) 143 (*d*) 147

9. निम्नलिखित को हल करें–

$$\left[\left(1 + 4 - \frac{42}{14} + 65\right) + \left\{\frac{2 + 7 \times 9}{13}\right\} \times \frac{[(65 + 7 - 19)] + (19 - 39 \times 5)}{169}\right] = ?$$

(*a*) 12 (*b*) 13 (*c*) 0 (*d*) $\frac{12}{13}$

10. यदि N = 1 + 11 + 111 + 1111 + ... + 111111111 हो, तो N के अंकों का योग क्या है?
(*a*) 45 (*b*) 18 (*c*) 36 (*d*) 5

11. $\sqrt{\frac{36.1}{102.4}}$ का मान ज्ञात कीजिए।
(*a*) $\frac{19}{32}$ (*b*) $\frac{19}{34}$ (*c*) $\frac{61}{34}$ (*d*) $\frac{19}{31}$

12. निम्नलिखित को हल कीजिए।
$\sqrt{37 + \sqrt{130 + 2\sqrt{56 - \sqrt{16} - \sqrt{9}}}} = ?$
(*a*) 252 (*b*) 200 (*c*) 7 (*d*) 229

13. $\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7.....}}}}$ का मान होगा–
(*a*) 7 (*b*) 3 (*c*) 4 (*d*) 2

14. $\sqrt{4600 + \sqrt{540 + \sqrt{1280 + \sqrt{250 + \sqrt{36}}}}}$ का मान क्या है?
(*a*) 69 (*b*) 68 (*c*) 70 (*d*) 72

15. $\left(\sqrt{7} + \sqrt{9}\right)\left(\sqrt{7} - \sqrt{9}\right)$ _____ के बराबर है?
(*a*) 2 (*b*) 16 (*c*) − 2 (*d*) − 63

16. $\sqrt{121} + \sqrt{12321} + \sqrt{1234321} + \sqrt{123454321}$ का मान क्या है।
(*a*) 12345 (*b*) 123456
(*c*) 12344 (*d*) 123454

17. निम्न व्यंजक का मान ज्ञात कीजिए।
$$\frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$
(*a*) 0 (*b*) $\frac{1}{2}$ (*c*) 9 (*d*) 1

18. $\frac{15(\sqrt{10} + \sqrt{5})}{\sqrt{10} + \sqrt{20} + \sqrt{40} - \sqrt{5} - \sqrt{80}} = ?$
(*a*) $5 + 2\sqrt{2}$ (*b*) $5 - 2\sqrt{2}$
(*c*) $5(3 + 2\sqrt{2})$ (*d*) $10(3 + 2\sqrt{2})$

19. उस संख्या का चयन करें, जो निम्नलिखित समीकरण में प्रश्नवाचक चिन्ह (?) के स्थान पर आ सकती है।
$?+ \frac{18}{24} + 3\frac{3}{4} = 23\frac{13}{24}$
(*a*) $19\frac{1}{24}$ (*b*) $19\frac{13}{24}$
(*c*) 1 (*d*) $19\frac{11}{24}$

20. निम्नलिखित को हल कीजिए।
$\left\{1 - \frac{1}{4}\right\}\left\{1 - \frac{2}{4}\right\}.....\left\{1 - \frac{5}{4}\right\}\left\{1 - \frac{6}{4}\right\} = ?$
(*a*) $\frac{3}{64}$ (*b*) 0
(*c*) $\frac{2}{256}$ (*d*) $-\frac{3}{256}$

21. उस संख्या का चयन कीजिए जो निम्नलिखित सकीकरण में प्रश्न चिन्ह (?) के स्थान पर आ सकता है।
$47^{7.5} \div 47^{\frac{3}{2}} \times 47^{-3} = (\sqrt{47})^?$
(*a*) 6 (*b*) 4 (*c*) $2^{\frac{1}{2}}$ (*d*) 5

22. निम्न व्यंजक का मान ज्ञात कीजिए।
$\frac{(2.7)^2 - (0.8)^2}{2.7 - 0.8}$
(*a*) 2.5 (*b*) 3.5 (*c*) 7.0 (*d*) 0

23. दो भिन्नों का गुणनफल $\frac{14}{15}$ है तथा उनका भागफल $\frac{35}{24}$ है तो बड़ी भिन्न हैं।
(*a*) $\frac{7}{4}$ (*b*) $\frac{7}{6}$ (*c*) $\frac{4}{7}$ (*d*) $\frac{4}{5}$

24. एक भिन्न का अंश, इसके हर से 5 कम है। यदि अंश में से 2 घटाया जाता है और हर में 2 जोड़ा जाता है, तो प्राप्त भिन्न $\frac{2}{5}$ के बराबर होती है। मूल भिन्न ज्ञात कीजिए।
(*a*) $\frac{9}{11}$ (*b*) $\frac{11}{13}$ (*c*) $\frac{5}{7}$ (*d*) $\frac{8}{13}$

25. $(2.\overline{4} \times 0.\overline{6} \times 3 \times 0.1\overline{6}) \times [0.27 \times (0.8\overline{3} \div 0.1\overline{6})]$ का मान ज्ञात कीजिए।
(*a*) $0.\overline{814}$ (*b*) $0.\overline{11}$ (*c*) 1.1 (*d*) $1.\overline{36}$

उत्तरकुंजी

1. (*a*)	**2.** (*b*)	**3.** (*d*)	**4.** (*d*)	**5.** (*c*)	**6.** (*a*)	**7.** (*b*)	**8.** (*d*)	**9.** (*d*)	**10.** (*a*)
11. (*a*)	**12.** (*c*)	**13.** (*a*)	**14.** (*b*)	**15.** (*c*)	**16.** (*c*)	**17.** (*c*)	**18.** (*c*)	**19.** (*a*)	**20.** (*b*)
21. (*a*)	**22.** (*b*)	**23.** (*b*)	**24.** (*d*)	**25.** (*c*)					