



ONLYIAS
BY PHYSICS WALLAH

उद्गान

प्रिलिम्स वाला (स्टैटिक)

प्रिलिम्स 2025

सीसैट



विषय एवं कॉम्प्रेहेन्सिव रिवीजन सीरीज

विषय सूची

S.No	खंड-I संख्यात्मक अभियोग्यता	Page No.
1.	संख्या पद्धति	3
2.	महत्तम समापवर्तक और लघुत्तम समापवर्त्य	10
3.	बीजगणित	13
4.	औसत	16
5.	प्रतिशतता	20
6.	अनुपात, समानुपात, मिश्रण और साझेदारी	24
7.	लाभ, हानि और बट्टा	29
8.	साधारण और चक्रवृद्धि व्याज	32
9.	समय गति और दूरी	37
10.	समय और कार्य	34
11.	क्रमचय और संचय	39
12.	प्रायिकता	44
13.	अनुक्रम तथा श्रेणी	46
14.	सांख्यिकी	48
15.	आँकड़ों का प्रबंधन	50
16.	ज्यामिति और क्षेत्रमिति	52
17.	आँकड़ों की पर्याप्तता	57

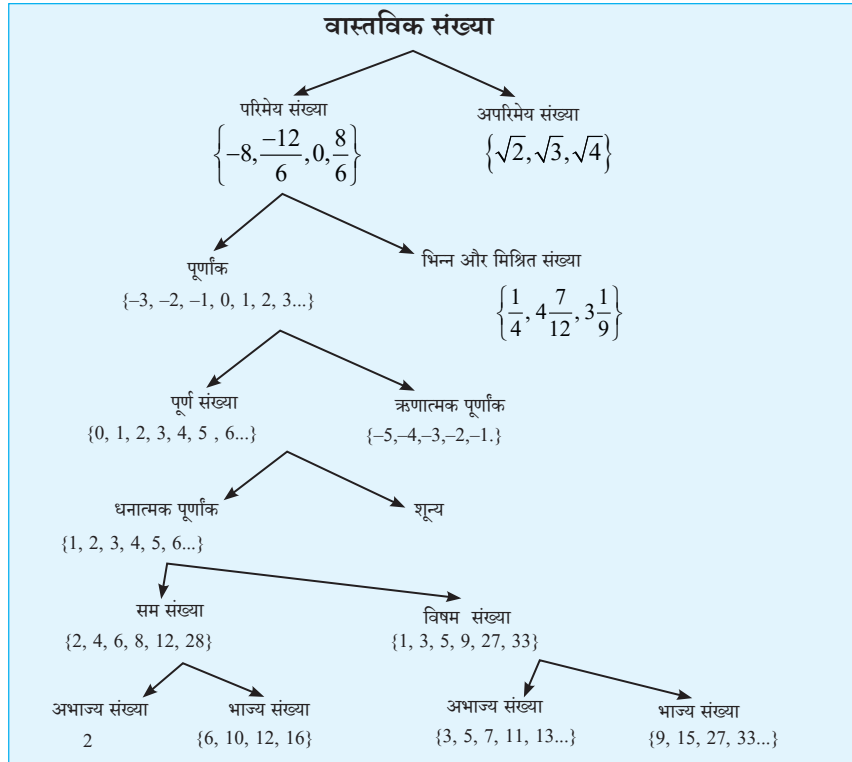
S.No	खंड-II तर्कशक्ति	Page No.
1.	शृंखला	63
2.	कोडिंग और डिकोडिंग	68
3.	घड़ी	72
4.	कैलेंडर	75
5.	सिलोगिज्म	78
6.	दूरी और दिशा	81
7.	आयु आधारित प्रश्न	84
8.	बैठने की क्रम - व्यवस्था	85
9.	रैंकिंग	87

10.	वेन आरेख	88
11.	असमिकाएँ	91
12.	घन और पासा	94
13.	रक्त संबंध	97

S.No	खंड-III बोधगम्यता परीक्षण	Page No.
	बोधगम्यता परीक्षण	101
1.	अनुमान आधारित बोधगम्यता	104
2.	संदेश आधारित बोधगम्यता	107
3.	सार आधारित बोधगम्यता	109
4.	निहितार्थ आधारित बोधगम्यता	111
5.	पूर्वधारणा आधारित बोधगम्यता	114
6.	सूचना आधारित बोधगम्यता	116

संख्याओं का प्रकार

संख्या पद्धति, संख्याओं को व्यक्त करने और दर्शाने का एक व्यवस्थित तरीका है। इसमें गिनती और अंकगणितीय संचालन करने के लिए प्रतीकों और नियमों का एक सेट सम्मिलित होता है। **संख्याओं के प्रकार:** - हम निम्नलिखित आरेख की सहायता से इसके प्रकारों को समझ सकते हैं:-



सम और विषम संख्याओं के गुणों पर आधारित प्रश्न:

प्रश्न 1. मान लीजिए p, q, r और s भिन्न धन पूर्णांक है। मान लीजिए p, q विषम हैं और r, s सम हैं। निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. $(p - r)^2 (qs)$ सम है।
2. $(q - s) q^2 s$ सम है।
3. $(q + r)^2 (p + s)$ विषम है।

उपर्युक्त कथनों में से कौन-से सही हैं? [UPSC CSAT 2024]

- (a) केवल 1 और 2 (b) केवल 2 और 3
(c) केवल 1 और 3 (d) 1, 2 और 3

उत्तर: (d)

व्याख्या: प्रश्न में दिया गया है कि;

‘ p ’ और ‘ q ’ विषम हैं।

और, ‘ r ’ और ‘ s ’ सम हैं।

कथन ‘1’ के लिए:

‘ s ’ का मान सम है।

इसलिए, $(p - r)^2 (qs)$ सम है।

इसलिए, कथन ‘1’ सही है।

कथन ‘2’ के लिए:

चूँकि, ‘ s ’ सम है।

इसलिए, $(q - s)q^2 s$ सम है।

इसलिए, कथन 2 सही है।

कथन ‘3’ के लिए:

$(p + s) = (\text{विषम} + \text{सम}) = \text{विषम}$ साथ ही $(q + r)$ विषम है।

इस प्रकार, $(q + r)^2(p + s)$ विषम है

इसलिए, कथन 3 सही है।

अतः विकल्प (d) सही है।

प्रश्न 2. पाँच धन पूर्णांकों p, q, r, s, t में से (आवश्यक नहीं कि ये एक क्रम में हों) तीन सम हैं और उनमें से दो विषम हैं। निम्नलिखित पर विचार कीजिए :

1. $p + q + r - s - t$ निश्चित रूप से सम है।

2. $2p + q + 2r - 2s + t$ निश्चित रूप से विषम है।

उपरोक्त में से कौन सा/से कथन सही है/हैं? [UPSC CSAT 2023]

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

उत्तर: (a)

व्याख्या: '1' के लिए

$$p + q + r - s - t = p + q + r - (s + t)$$

केस (i): यदि सभी 'p', 'q' और 'r' सम हैं और दोनों 's' और 't' विषम हैं, तो $(p + q + r)$ सम होगा जबकि $(s + t)$ सम होगा।

इस प्रकार.... सम - सम = सम

केस (ii): यदि 'p', 'q' और 'r' में से एक विषम है जबकि 's' और 't' में से एक विषम है, तो दोनों $(p + q + r)$ और $(s + t)$ विषम होंगे। इस प्रकार..... विषम - विषम = सम

केस (iii): यदि 'p', 'q' और 'r' में से दो विषम हैं जबकि 's' और 't' दोनों सम हैं, तो दोनों $(p + q + r)$ और $(s + t)$ सम होंगे। इस प्रकार..... सम - सम = सम

'2' के लिए:

$$2p + q + 2r - 2s + t = (2p + 2r - 2s) + (q + t)$$

यहाँ, 'p', 'q' और 'r' की प्रकृति के बावजूद $(2p + 2r - 2s)$ हमेशा सम रहेगा।

अब, यदि 'q' और 't' दोनों सम/विषम हैं तो कुल मिलाकर परिणाम सम होगा।

लेकिन, यदि 'q' और 't' में से कोई भी विषम है, तो कुल मिलाकर परिणाम विषम होगा।

इस प्रकार, $2p + q + 2r - 2s + t$ 'q' और 't' की प्रकृति के आधार पर सम या विषम हो सकता है।

इसलिए, केवल '1' सत्य है।

वैकल्पिक विधि

p, q, r, s , और t में तीन सम और दो विषम संख्याएँ हैं। माना संख्याएँ 2, 3, 4, 5 और 6 हैं।

कथन 1: $p + q + r - s - t$

इससे कोई फर्क नहीं पड़ता कि हम संख्याओं को कैसे व्यवस्थित करते हैं, हमें हमेशा एक सम संख्या ही मिलती है क्योंकि हमारे पास 2 विषम संख्याएँ होती हैं।

अतः कथन 1 सही है।

कथन 2: $2p + q + 2r - 2s + t$

आइए इस व्यंजक में कुछ मान डालें और जाँचें।

$$(2 \times 5) + 6 + (2 \times 3) - (2 \times 2) + 4 = 10 + 6 + 6 - 4 + 4 = 22 \text{ (एक सम संख्या)}$$

तो, कथन 2 गलत है।

इसलिए, विकल्प (a) सही है।

प्रश्न 3. अभाज्य संख्या p और भाज्य संख्या c के बारे में निम्नलिखित पर विचार करें:

1. $\frac{(p+c)}{(p-c)}$ सम हो सकता है।

2. $(2p + c)$ विषम हो सकता है।

3. pc विषम हो सकता है।

उपर्युक्त कथनों में से कौन से सही है? [UPSC CSAT 2023]

(a) केवल 1 और 2

(b) केवल 2 और 3

(c) केवल 1 और 3

(d) 1, 2 और 3

उत्तर: (d)

व्याख्या: चूँकि, तीनों निष्कर्षों में हमसे 'हो सकता है' यानी संभावना पूछी गई है। इस प्रकार, इन प्रश्नों में हमें कम से कम एक बार यह साबित करने के लिए 'हिट एंड ट्रायल' विधि अपनानी चाहिए कि दिया गया कथन सत्य है।

आइए 'p' और 'c' मानों को 11 और 9 से प्रतिस्थापित करें।

$$\text{कथन 1: } \frac{(p+c)}{(p-c)} = \frac{(11+9)}{(11-9)} = \frac{20}{2} = 10 \text{ (एक सम संख्या)}$$

अतः कथन 1 सही है।

$$\text{कथन 2: } 2p + c = (2 \times 3) + 9 = 15 \text{ (एक विषम संख्या)}$$

तो, कथन 2 सही है।

$$\text{कथन 3: } pc = 3 \times 9 = 27 \text{ (एक विषम संख्या)}$$

अतः, कथन 3 सही है।

इस प्रकार, सभी निष्कर्ष सत्य हैं।

इसलिए, विकल्प (d) सही है।

स्थानीय मान और अंकित मान

- **अंकित मान:** किसी संख्यांक में किसी अंक का अंकित मान, उस अंक का वास्तविक मान होता है, चाहे उस संख्यांक में उसका स्थान कुछ भी हो। सरल शब्दों में कहें तो यह अंक का अंतर्निहित मान होता है।
- उदाहरण के लिए, संख्यांक 28746 में,
- **संख्यांक 28746 का अंकित मान:** अंक 8 का मान 8 है, अंक 7 का मान 7 है, अंक 6 का मान 6 है, तथा अंक 4 का मान 4 है।
- **स्थानीय मान (या स्थानीक मान):** स्थानीय मान, संख्यांक में उसके स्थान के आधार पर अंक को दिया गया मान होता है। संख्यांक में अंक का स्थान बदलने पर उसका स्थानीय मान भी बदल जाता है।

उदाहरण के लिए, संख्यांक 28746 में सैकड़ों के स्थान पर अंक 7 का स्थानीय मान 700 है। दहाई के स्थान पर 4 का स्थानीय मान 40 है। इकाई के स्थान पर 6 का स्थानीय मान 6 है।

दस लाख	एक लाख	दस हजार	हजारों	सैकड़ों	दसयों	इकाई
$\times 1000000$	$\times 100000$	$\times 10000$	$\times 1000$	$\times 100$	$\times 10$	$\times 1$
		2	8	7	4	6

तो, इससे हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि $28746 = 2 \times (10,000) + 8 \times (1000) + 7 \times (100) + 4 \times 10 + 6$

निष्कर्ष: कोई भी दो अंकों की संख्या “ab” को $10a + b$ के रूप में लिखा जा सकता है। कोई भी तीन अंकों की संख्या “abc” को $100a + 10b + c$ और इसी तरह लिखा जा सकता है।

इसे और अधिक स्पष्ट रूप से समझने के लिए हम यूपीएससी द्वारा पूछे गए कुछ प्रश्नों को हल करेंगे: -

- प्रश्न 4.** मान लीजिए X एक दो अंकीय संख्या है और Y एक अन्य दो-अंकीय संख्या है जिसे X के अंकों को विनिमय (इंटरचेंज) करके बनाया गया है। यदि $(X + Y)$ महत्तम दो अंकीय संख्या है, तो X के संभाव्य मानों की संख्या क्या है? [UPSC CSAT 2024]
- (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8

उत्तर: (d)

व्याख्या: माना ‘ X ’ = $10a + b$

इसलिए, ‘ Y ’ = $10b + a$

अब, $X + Y = (10a + b) + (10b + a) = (11a + 11b)$

प्रश्न के अनुसार;

$X + Y =$ दो अंकों की सबसे बड़ी संख्या = 99

या, $11(a + b) = 99$

इसलिए, $(a + b) = 9$

(a, b) के संभावित मान = (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2) and (8, 1) i.e. 8

अतः विकल्प (d) सही है।

- प्रश्न 5.** किसी 3-अंकों की संख्या ABC को D से गुणा करने पर गुणनफल 37DD प्राप्त होता है, जहाँ A, B, C और D भिन्न शून्येतर अंक हैं। $A + B + C$ का मान क्या है? [UPSC CSAT 2023]
- (a) 18
(b) 16
(c) 15
(d) अपर्याप्त आँकड़ों के कारण निर्धारित नहीं किया जा सकता

उत्तर: (a)

व्याख्या: यह दिया गया है कि, $ABC \times D = 37DD$

जिसमें ‘A’, ‘B’, ‘C’ और ‘D’ अलग-अलग शून्य अंक नहीं हैं।

$$\text{तो, } ABC = \frac{37DD}{D} = \frac{(3700 + 10D + D)}{D}$$

$$\Rightarrow ABC = \left(\frac{3700}{D} \right) + 11$$

D के संभावित मान, जैसे कि ABC एक पूर्णांक है, 1, 2, 4 और 5 हैं।

यदि $D = 1$, $ABC = 3700 + 11 = 3711$ इसे अस्वीकार किया जा सकता है क्योंकि ABC एक तीन अंकों की संख्या है।

यदि $D = 2$, $ABC = 1850 + 11 = 1861$ इसे अस्वीकार किया जा सकता है क्योंकि ABC एक तीन अंकों की संख्या है।

यदि $D = 5$, $ABC = 740 + 11 = 751$

यहाँ, $A = 7$, $B = 5$ और $C = 1$

इस मामले को यहाँ $B = D = 5$ के रूप में खारिज किया जा सकता है।

यदि $D = 4$, $ABC = 925 + 11 = 936$

यहाँ, $A = 9$, $B = 3$ और $C = 6$

यह मामला संभव है क्योंकि A, B, C और D के मान भिन्न हैं।

तो $A + B + C = 9 + 3 + 6 = 18$

इसलिए, विकल्प (a) सही है।

विभाज्यता नियम

विभाज्यता द्वारा	शर्त	विभाज्यता द्वारा	तर्क
2	यदि किसी संख्या का इकाई अंक 0, 2, 4, 6 या 8 है।	7	यदि अंतिम अंक के दोगुने और शेष अंकों से बनी संख्या के बीच का अंतर या तो शून्य है या 7 का गुणज है।
3	यदि किसी संख्या के अंकों का योग 3 से विभाज्य है।	8	यदि किसी संख्या के अंतिम तीन अंक 8 से विभाज्य हैं या किसी संख्या के अंतिम तीन अंक शून्य हैं।
4	यदि किसी संख्या के अंतिम 2 अंक 4 से विभाज्य हैं या किसी संख्या के अंतिम 2 अंक शून्य हैं।	9	यदि किसी संख्या के अंकों का योग 9 से विभाज्य है।
5	यदि किसी संख्या का अंतिम अंक 0 या 5 है।	11	यदि विषम स्थानों पर इसके अंकों के योग और सम स्थानों पर इसके अंकों के योग के बीच का अंतर या तो 0 है या 11 का गुणज है।
6	यदि संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य है।	12	यदि संख्या 3 के साथ-साथ 4 से भी विभाज्य है।

अब हम पिछले वर्ष के प्रश्नपत्रों में पूछे गए प्रश्नों का प्रयोग करके इस अवधारणा को समझेंगे:

प्रश्न 6. यदि R और S दोनों अलग-अलग पूर्ण संख्याएँ हों और दोनों 5 से विभाज्य हों तो इनमें से कौन-सा अनिवार्यतः सही नहीं है ?

[UPSC CSAT 2016]

- (a) R-S, 5 से विभाज्य है (b) R+S, 10 से विभाज्य है
(c) R×S, 25 से विभाज्य है (d) R²+S², 5 से विभाज्य है

उत्तर: (b)

व्याख्या: दो मान लें; R = 15 और S = 10

R - S = 5 जो 5 से विभाज्य है

विकल्प (a) R - S = 15 - 10 = 5 जो 5 से विभाज्य है

विकल्प (b) R + S = 15 + 10 = 25 जो 10 से विभाज्य नहीं है

विकल्प (c) R × S = 15 × 10 = 150 जो 25 से विभाज्य है

विकल्प (d) R²+S² = 225 + 100 = 325 जो 5 से विभाज्य है

इस प्रकार, विकल्प (b) आवश्यक रूप से सत्य नहीं है।

इसलिए, विकल्प (b) सही है।

प्रश्न 7. X, Y और Z के मानों के किसी भी चयन के लिए, XYZXYZ के रूप की 6 अंकों की संख्या किससे भाज्य है?

[UPSC CSAT 2023]

- (a) केवल 7 और 11 (b) केवल 11 और 13
(c) केवल 7 और 13 (d) 7, 11 और 13

उत्तर: (d)

व्याख्या: XYZXYZ = XYZ000 + XYZ = XYZ (1000 + 1)

$$= XYZ \times 1001$$

अब, 1001 = 7 × 11 × 13

तो, फॉर्म XYZXYZ की कोई भी संख्या 7, 11 और 13 से विभाज्य होनी चाहिए।

इसलिए, विकल्प (d) सही है।

चक्रीयता और इकाई अंक

संख्याओं का चक्रीय व्यवहार उनकी इकाई (इकाई) के अंकों पर निर्भर करता है। प्रत्येक इकाई का अंक एक दोहराव वाला पैटर्न दिखाता है जो उनकी घातों पर निर्भर करता है।

उदाहरण के लिए:- 7 की चक्रीयता को समझना

$$7^1 = 7, \text{ इकाई अंक} = 7$$

$$7^2 = 49, \text{ इकाई अंक} = 9$$

$$7^3 = 343, \text{ इकाई अंक} = 3$$

$$7^4 = 2401, \text{ इकाई अंक} = 1$$

$$7^5 = 16807, \text{ इकाई अंक} = 7$$

अतः संख्या “7” की चक्रीयता 4 है और घातांक चक्र (अंतिम अंकों का पैटर्न) 7, 9, 3, 1,

चक्रीयता चक्र को संक्षेप में नीचे दी गई तालिका में दिखाया जा सकता है:

संख्या	चक्रीयता	घातांक चक्र
0	1	0
1	1	1
2	4	2, 4, 8, 6
3	4	3, 9, 7, 1
4	2	4, 6
5	1	5
6	1	6
7	4	7, 9, 3, 1
8	4	8, 4, 2, 6
9	2	9, 1

इकाई अंक ज्ञात करने के तरीके

- यदि किसी संख्या का इकाई अंक 0, 1, 5 या 6 है, तो इकाई का अंक वही रहता है।
- यदि इकाई का अंक 2, 3, 4, 7, 8 और 9 है।

चरण 1: घात को 4 से भाग दें और शेषफल ज्ञात करें।

चरण 2: शेषफल का उपयोग करके घातांक पर चक्रीयता नियम लागू करें।

अब हम परीक्षा में अपनाए जाने वाले दृष्टिकोण को जानने के लिए कुछ प्रश्नों पर चर्चा करेंगे।

प्रश्न 8. $(57242)^{9 \times 7 \times 5 \times 3 \times 1}$ के विस्तार में इकाई अंक क्या है?

[UPSC CSAT 2023]

- (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8

उत्तर: (a)

व्याख्या: $(57242)^{9 \times 7 \times 5 \times 3 \times 1} = (57242)$ परिणामी संख्या का इकाई अंक केवल दी गई संख्या 57242 के इकाई अंक यानी 2 पर निर्भर करता है।

अब, हम जानते हैं कि:

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

(इकाई अंक 6)

$$2^5 = 32 \text{ (इकाई अंक 2) } \dots \dots \dots \text{ और इसी तरह}$$

तो, 2 की चक्रीयता 4 है।

2 पर समाप्त होने वाली किसी भी संख्या का घातांक एक ऐसी संख्या उत्पन्न करेगा जो 2, 4, 8 या 6 पर समाप्त होगी।

अब, $945 = 944 + 1 = 4 \times 236 + 1$

चूँकि, 945 $(4n + 1)$ के रूप में है

तो, $(57242)^{945}$ का अंतिम अंक $(2)^1$ के समान होगा, जो कि 2 है।

इसलिए, विकल्प (a) सही है।

प्रश्न 9. यदि 3^{2019} को 10 से विभाजित किया जाए, तो क्या शेष रहेगा?

[UPSC CSAT 2021]

- (a) 1 (b) 3 (c) 7 (d) 9

उत्तर: (c)

व्याख्या: यह दिया गया है कि: 3^{2019} को 10 से विभाजित किया गया है।
हमें '3' के घात चक्र में इकाई का स्थान ज्ञात करना होगा।

$$\begin{aligned} 3^1 &= 3 \\ 3^2 &= 9 \\ 3^3 &= 27 \\ 3^4 &= 81 \\ 3^5 &= 243 \\ 3^6 &= 729 \end{aligned}$$

चूँकि, 3 की घात का इकाई स्थान प्रत्येक 4 चरणों के बाद दोहराया जाता है (अर्थात् इसकी चक्रीयता 4 है)।

अब 2019 को 4 से विभाजित करने पर शेषफल 3 प्राप्त होता है।
इस तरह, 3^{2019} का अंतिम अंक 3^3 के समान ही होगा, अर्थात् 7।

$$\left(\frac{3^3}{10}\right) \text{ का शेषफल} = \left(\frac{27}{10}\right) \text{ का शेषफल} = 7$$

अतः शेषफल 7 होगा।

इसलिए, विकल्प (c) सही है।

शेषफल

भाज्य = (भाजक × भागफल) + शेष

जहाँ,

- भाज्य = वह संख्या जिसे विभाजित किया जा रहा है
- भाजक = वह संख्या जिससे विभाजन प्रक्रिया की जाती है।
- भागफल = विभाजन के परिणामस्वरूप प्राप्त सबसे बड़ा संभावीय - पूर्णांक।
- शेष = भाज्य का बायाँ भाग जिसे भाजक द्वारा आगे विभाजित नहीं किया जा सकता।

शेष के गुण:

1. $\left(\frac{a \pm b}{n}\right)$ का शेषफल = $\left(\frac{a}{n}\right)$ का शेषफल $\pm \left(\frac{b}{n}\right)$ का शेषफल
यदि जोड़ने के बाद परिणाम 'n' से अधिक है, तो इसे 'n' से विभाजित किया जाएगा और परिणामी शेषफल हमारा उत्तर होगा।
2. $\left(\frac{a \times b}{n}\right)$ का शेषफल = $\left(\frac{a}{n}\right)$ का शेषफल $\times \left(\frac{b}{n}\right)$ का शेषफल
यदि गुणन के बाद परिणाम 'n' से अधिक है, तो इसे आगे 'n' से विभाजित किया जाएगा और परिणामी शेषफल हमारा उत्तर होगा।
3. **फरमेट का प्रमेय:** यदि दिए गए समीकरण को $\frac{a^{(P-1)}}{P}$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, यदि शेषफल 1 है, जहाँ P अभाज्य संख्या है और a, P सह - अभाज्य हैं।

निम्नलिखित प्रश्न हमें इन अवधारणाओं को समझने में मदद करेंगे:

प्रश्न 10. 9 को 99 बार लिख कर कोई संख्या 'N' बनाई जाती है। यदि 'N' को 13 से विभाजित किया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

[UPSC CSAT 2023]

- (a) 11 (b) 9 (c) 7 (d) 1

उत्तर: (a)

व्याख्या: हम शेषफल के पैटर्न का विश्लेषण कर सकते हैं।

$$\left[\frac{9}{13}\right] \text{ का शेषफल} = 9$$

$$\left[\frac{99}{13}\right] \text{ का शेषफल} = 8$$

$$\left[\frac{999}{13}\right] \text{ का शेषफल} = 11$$

$$\left[\frac{9999}{13}\right] \text{ का शेषफल} = 2$$

$$\left[\frac{99999}{13}\right] \text{ का शेषफल} = 3$$

$$\left[\frac{999999}{13}\right] \text{ का शेषफल} = 0$$

यह क्रम उसके बाद दोहराया जाता हुआ देखा जा सकता है।

$$\left[\frac{9999999}{13}\right] \text{ का शेषफल} = 9$$

$$\left[\frac{99999999}{13}\right] \text{ का शेषफल} = 8 \dots \text{इत्यादि}$$

इसलिए, यदि 9 की कुल संख्या छह, बारह, अठारह,, नब्बे, छियानवे आदि है, तो शेषफल 0 है।

इसलिए, यदि संख्या में सत्तानवे 9 है, तो शेषफल 9 है। [पैटर्न का अनुसरण करते हुए]

इसलिए, यदि संख्या में अठानवे 9 हैं, तो शेषफल 8 है।

इसलिए, यदि संख्या में निन्यानवे 9 हैं, तो शेषफल 11 है।

इसलिए, उत्तर 11 है।

वैकल्पिक विधि:

चूँकि, 'aaaaaa' (किसी अंक को छह बार दोहराने से बनी संख्या) रूप की कोई संख्या हमेशा 13 से विभाज्य होती है।

तो, '999999' का सेट हमेशा 13 से विभाज्य होगा।

इस प्रकार, '9' को 96 बार लिखने पर 13 से विभाज्य होगा।

अतः, आवश्यक शेषफल = 999 को 13 से विभाजित करने पर शेषफल = 11

इसलिए, विकल्प (a) सही है।

नोट: 'aaaaaa' (किसी अंक को छह बार दोहराने से बनी संख्या) के रूप की संख्या हमेशा 7, 11, 13 और 37 से विभाज्य होती है।

प्रश्न 11. यदि 2^{192} को 6 से विभाजित किया जाए तो शेषफल क्या होगा?

[UPSC CSAT 2023]

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 4

उत्तर: (d)

व्याख्या: 2^{192} को 6 से विभाजित करने पर शेषफल ज्ञात करने के लिए, हम 6 से विभाजित करने पर 2 की घातों के शेषफल में एक पैटर्न देख सकते हैं।

जब हम 2 की घातों को 6 से विभाजित करते हैं, तो हमें शेषफल का निम्नलिखित क्रम प्राप्त होता है

2^1 को 6 से विभाजित करने पर 2 शेष बचता है।

2^2 को 6 से विभाजित करने पर 4 शेष बचता है।

2^3 को 6 से विभाजित करने पर 2 शेष बचता है।

2^4 को 6 से विभाजित करने पर 4 शेष बचता है।

2^5 को 6 से विभाजित करने पर 2 शेष बचता है।

हम देखते हैं कि जब 2 की घात विषम होती है, तो शेषफल 2 होता है

और जब 2 की घात सम हो, तो शेषफल 4 होता है।

अतः उत्तर 4 होगा।

इसलिए, विकल्प (d) सही है।

शून्यक की संख्या

हम इस अवधारणा को एक प्रश्न के माध्यम से समझेंगे :

प्रश्न 12. गुणनफल $1^2 \times 2^4 \times 3^6 \times 4^8 \times \dots \times 25^{50}$ प्राप्त पूर्णांक के अंत में कितने क्रमागत शून्य हैं?

[UPSC CSAT 2024]

- (a) 50 (b) 55
(c) 100 (d) 200

उत्तर: (d)

व्याख्या: दिए गए व्यंजक में पाँच की संख्या दो की संख्या से कम होगी। इसलिए, वे पद जो हमें शून्य देंगे, वे हैं:

5^{10} , 10^{20} , 15^{30} , 20^{40} और 25^{50}

5^{10} से 10 शून्य आते हैं

$10^{20} = 2^{20} \times 5^{20}$ से 20 शून्य आते हैं

$15^{30} = 3^{30} \times 5^{30}$ यानी यहाँ 30 शून्य आयेगे

$20^{40} = 4^{40} \times 5^{40}$ में 40 शून्य आएंगे

और, $25^{50} = (5^2)^{50} = 5^{100}$ यानी यह 100 शून्य देगा

अभीष्ट शून्यों की संख्या = $10 + 20 + 30 + 40 + 100 = 200$

अतः विकल्प (d) सही है।

करणी और घातांक

करणी नियम	घातांक नियम
1. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$	1. $n^a \times n^b = n^{(a+b)}$
2. $\sqrt[m]{ab} = \sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b} = a^{\frac{1}{m}} \times b^{\frac{1}{m}} = (ab)^{\frac{1}{m}}$	2. $\frac{n^a}{n^b} = n^{(a-b)}$
3. $\sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{m}}$	3. $(n^a)^b = n^{ab}$
4. $(\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	4. $(ab)^m = a^m \times b^m$
5. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m]{a^{\frac{1}{n}}} = a^{\frac{1}{mn}}$	5. $n^0 = 1$

आइए कुछ प्रश्नों के माध्यम से इन नियमों को समझें :

प्रश्न 13. 2^{40} , 3^{21} , 4^{18} और 8^{12} में से कौन सी संख्या लघुतम है?

[UPSC CSAT 2022]

- (a) 2^{40} (b) 3^{21}
(c) 4^{18} (d) 8^{12}

उत्तर: (b)

व्याख्या: उपरोक्त प्रश्न में हमें संख्याओं की तुलना करनी है।

आसान तुलना के लिए सबसे पहले समान आधार वाली संख्याओं की तुलना करते हैं -

हम इस दो संख्याओं को इस प्रकार लिख सकते हैं:

$4^{18} = (2^2)^{18} = 2^{36}$ (चूँकि $4 = 2^2$)

$8^{12} = (2^3)^{12} = 2^{36}$ (चूँकि $8 = 2^3$)

उपरोक्त से हम पाते हैं कि 4^{18} और 8^{12} दोनों बराबर हैं।

चूँकि, 2^{40} , 2^{36} से बड़ा है

इसलिए, 2^{40} उत्तर नहीं हो सकता है।

इस प्रकार, हमें 2^{36} और 3^{21} में से लघुतम खोजने की आवश्यकता है।

चूँकि दो सही उत्तर (4^{18} और 8^{12}) नहीं हो सकते,

अतः, संख्या 3^{21} लघुतम होना चाहिए।

इस प्रकार, विकल्प (b) सही है।

प्रश्न 14. यदि $15 \times 14 \times 13 \dots 3 \times 2 \times 1 = 3^m \times n$

जहाँ 'm' और 'n' धनात्मक पूर्णांक हैं, तो 'm' का महत्तम मान क्या है?

[UPSC CSAT 2022]

- (a) 7 (b) 6
(c) 5 (d) 4

उत्तर: (b)

व्याख्या: $15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3^m \times n$

LHS पर लिखे गए व्यंजक जो 3 के गुणज हैं

$$\begin{aligned}
&= 15 \times 12 \times 9 \times 6 \times 3 \\
&= (3 \times 5) \times (3 \times 4) \times (3 \times 3) \times (3 \times 2) \times 3 \\
&= 3^6 \times (5 \times 4 \times 2)
\end{aligned}$$

इस प्रकार, व्यंजक को इस प्रकार लिखा जा सकता है :

$$3^6 \times (5 \times 4 \times 2) \times 14 \times 13 \times 11 \times 10 \times 8 \times 7 \times 5 \times 4 \times 2 \times 1 = 3^m \times n$$

दोनों तरफ तुलना करने पर, हम पाते हैं,

$$m = 6$$

अतः, 'm' का महत्तम मान 6 है।

इस प्रकार, विकल्प (b) सही है।

संख्याओं के लिए कुछ महत्वपूर्ण सूत्र

(i) पहली 'n' प्राकृतिक संख्याओं का योग $= 1 + 2 + 3 + \dots + n$
 $= \frac{n(n+1)}{2}$

(ii) पहली 'n' प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग
 $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(iii) पहली 'n' प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग $= \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$

(iv) पहली 'n' सम संख्याओं का योग $= 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + n$ पदों तक
 $= n(n+1)$

(v) पहली 'n' विषम संख्याओं का योग $= n^2$

उपरोक्त सूत्रों पर आधारित प्रश्न

1. पहली 65 प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग ज्ञात कीजिए।

- (a) 91,665 (b) 92,665
(c) 93,665 (d) 94,665

उत्तर: (c)

व्याख्या: प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

दिया गया है, $n = 65$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{अभीष्ट योग} &= \frac{(65 \times 66 \times 131)}{6} \\
&= 65 \times 11 \times 131 = 93,665
\end{aligned}$$

2. प्रथम दस प्राकृत संख्याओं के घन के योग तथा प्रथम बीस प्राकृत संख्याओं के योग के बीच का अंतर ज्ञात कीजिए।

- (a) 2210 (b) 2625
(c) 2815 (d) 2830

उत्तर: (c)

व्याख्या: प्रथम 'n' प्राकृत संख्याओं का योग

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$

$$n = 20$$

(दिया गया है)

प्रथम 20 प्राकृत संख्याओं का योग

$$\begin{aligned}
&= \frac{(20 \times 21)}{2} \\
&= 10 \times 21 = 210
\end{aligned}$$

प्रथम 'n' प्राकृत संख्याओं के घन का योग $= \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$
 $n = 10$ (given)

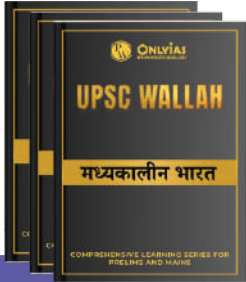
प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याओं के घन का योग

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = \left[\frac{10(11)}{2} \right]^2 \\
&= (55)^2 = 3025
\end{aligned}$$

अभीष्ट अंतर $= 3025 - 210$

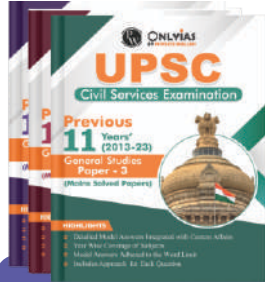
$$= 2815$$

अन्य पुस्तकें एवं कार्यक्रम



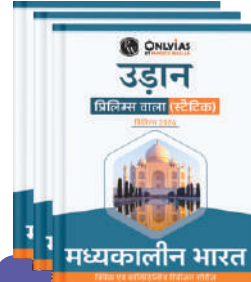
BOOKS

व्यापक कवरेज



BOOKS

पिछले 11 वर्षों के हल प्रश्न-पत्र (PYQs) (प्रारंभिक+ मुख्य परीक्षा)



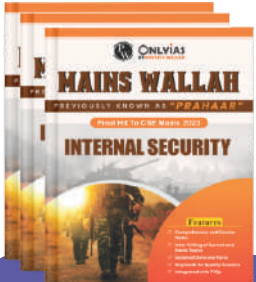
FREE MATERIAL

उड़ान (प्रिलिम्स स्टैटिक रिवीज़न)



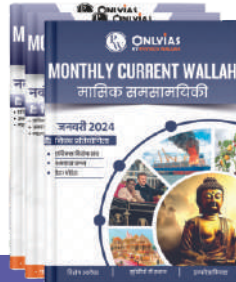
FREE MATERIAL

उड़ान प्लस 500 (प्रिलिम्स समसामयिकी रिवीज़न)



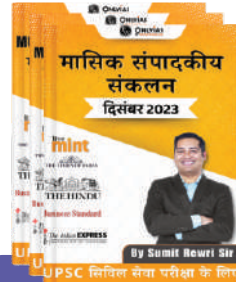
FREE MATERIAL

मेन्स रिवीज़न



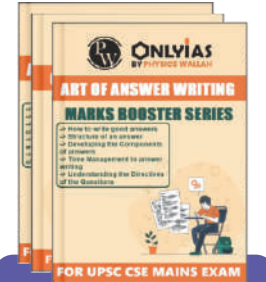
CURRENT AFFAIRS

मासिक समसामयिकी



CURRENT AFFAIRS

मासिक संपादकीय संकलन



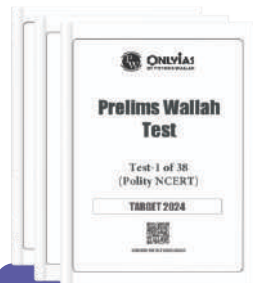
FREE MATERIAL

क्विक रिवीज़न बुकलेट



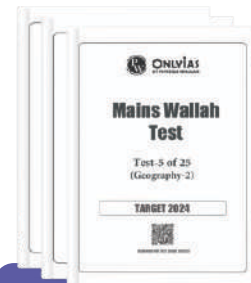
TEST SERIES

IDMP ईयर लॉन्ग टेस्ट



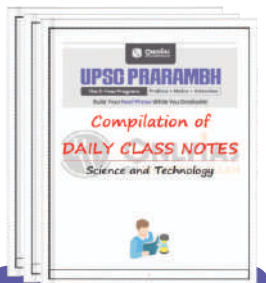
TEST SERIES

35+ प्रिलिम्स टेस्ट



TEST SERIES

25+ मेन्स टेस्ट



CLASSROOM CONTENT

डेली क्लास नोट्स और अभ्यास प्रश्न

All Content Available in **Hindi** and **English**

₹ 279/-

📍 Karol Bagh, Mukherjee Nagar, Prayagraj, Lucknow, Patna

ISBN 978-93-6897-313-3



33aec721-90e2-49c9-a2f3-bd9010d1b7b6