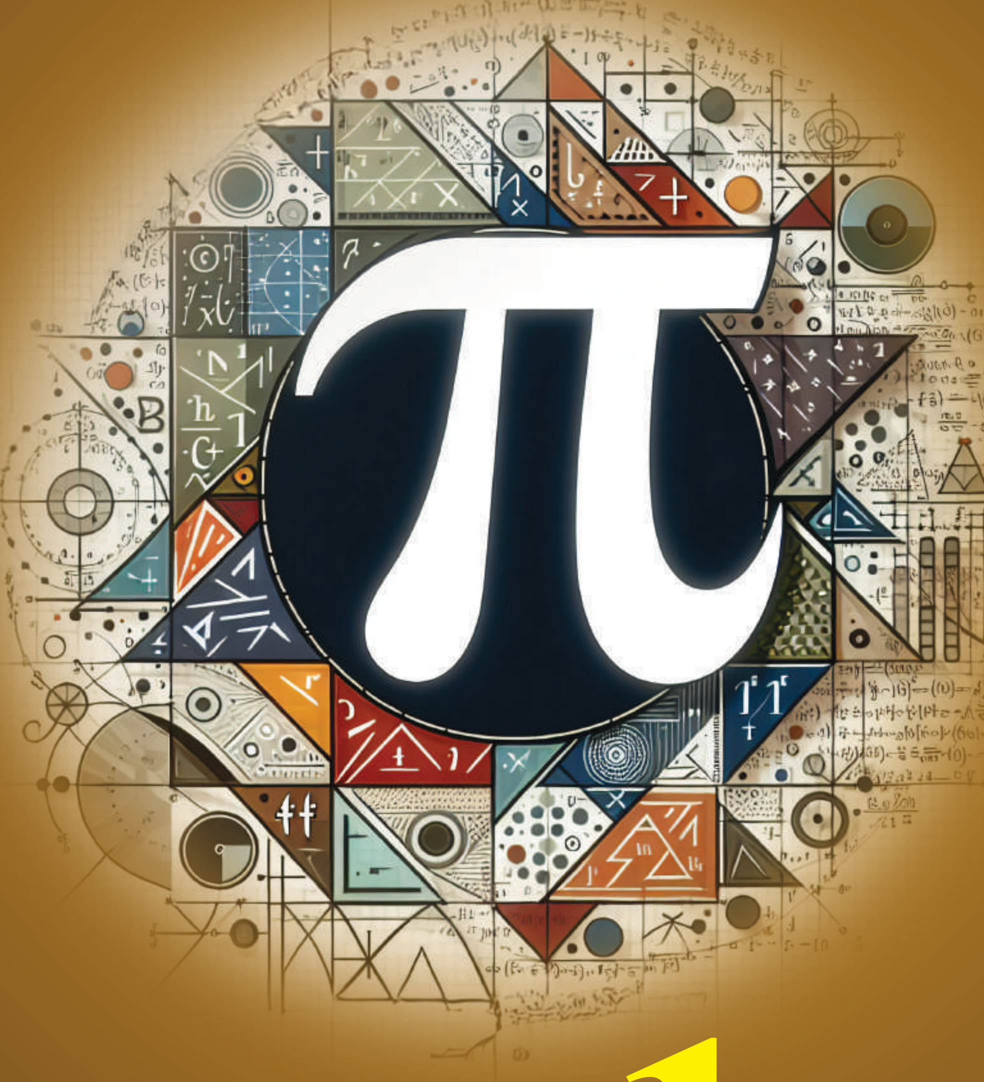
PHYSICS WALLAH

प्रयास
JEE



- आधारभूत गणित एवं लघुगणक
- समुच्चय
- त्रिकोणमितीय अनुपात तथा सर्वसमिकाएँ
- त्रिकोणमितीय समीकरण
- द्विघात समीकरण
- अनुक्रम तथा श्रेणी
- द्विपद प्रमेय
- क्रमचय और संचय

गणित

MODULE 1

अध्याय

1 आधारभूत गणित एवं लघुगणक

संख्या पद्धति

(*i*) **प्राकृत संख्याएँ:** गिनती की संख्याएँ 1, 2, 3, 4, ... को प्राकृत संख्याएँ कहते हैं। प्राकृत संख्याओं के समुच्चय को N से दर्शाते हैं।
इस प्रकार, $N = \{1, 2, 3, 4, ...\}$।

(*ii*) **पूर्ण संख्याएँ:** शून्य सहित प्राकृत संख्याओं को पूर्णांक संख्याएँ कहते हैं। पूर्णांक संख्याओं के समुच्चय को W से दर्शाते हैं।
इस प्रकार, W = {0, 1, 2, ...}

(*iii*) **पूर्णांक:** संख्या ... – 3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3 .... को पूर्णांक कहते हैं और इसे I या Z से दर्शाते हैं। इस प्रकार, I (या Z) = {.. – 3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3...}

टिप्पणी:

(*a*) धनात्मक पूर्णांक I+ = {1, 2, 3 ....} = N
(*b*) ऋणात्मक पूर्णांक I^- = {....., –3, –2, –1}
(*c*) ऋणेतर पूर्णांक (पूर्ण संख्याएँ) = {0, 1, 2, ...}
(*d*) धनेतर पूर्णांक = {......, –3, –2, –1, 0}

(*iv*) **समपूर्णांक:** पूर्णांक जो 2 से विभाजित होते हैं, उन्हें समपूर्णांक कहते हैं।
उदाहरण: 0, ± 2, ± 4,.......

(*v*) **विषमपूर्णांक:** पूर्णांक जो 2 से विभाजित नहीं होते, उन्हें विषम-पूर्णांक कहते हैं।
उदाहरण: ± 1, ± 3, ± 5, ± 7......

(*vi*) **अभाज्य संख्या:** प्राकृत संख्याएँ जो केवल 1 और स्वयं से विभाजित होती हैं, उन्हें अभाज्य संख्याएँ कहते हैं।
उदाहरण: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...

(*vii*) **भाज्य संख्या:** यदि '*a*' कोई प्राकृत संख्या है और उसके कम से कम तीन भिन्न-भिन्न गुणनखंड होते हैं, तो उसे भाज्य संख्या कहते हैं।
उदाहरण: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15 ....

टिप्पणी:

(*a*) 1 न तो अभाज्य संख्या है और न ही भाज्य संख्या।
(*b*) जो संख्याएँ अभाज्य नहीं होतीं, वे भाज्य संख्याएँ होती हैं (1 को छोड़कर)।
(*c*) '4' सबसे छोटी भाज्य संख्या है।
(*d*) '2' एकमात्र सम अभाज्य संख्या है।

(*viii*) **सहअभाज्य संख्या:** दो प्राकृत संख्याओं को (जो आवश्यक नहीं कि अभाज्य हों) सहअभाज्य संख्या कहते हैं, यदि उनका महत्तम समापवर्तक (H.C.F) एक हो।
उदाहरण: (1, 2), (1, 3), (3, 4), (3, 10), (3, 8), (5, 6), (7, 8) (15, 16) इत्यादि।
ये संख्याएँ सापेक्षिक अभाज्य संख्याएँ भी कहलाती हैं।

टिप्पणी:

(*a*) दो अभाज्य संख्याएँ सदैव सह-अभाज्य होती हैं, लेकिन इसका विलोम सत्य नहीं हो सकता।
(*b*) क्रमागत प्राकृत संख्याएँ सदैव सह-अभाज्य संख्याएँ होती हैं।

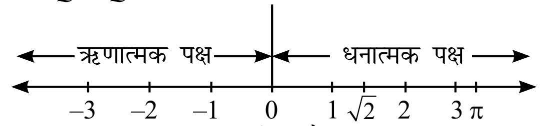
(*ix*) **युग्म अभाज्य संख्याएँ:** यदि दो अभाज्य संख्याओं के बीच का अंतर दो हो, तो इन संख्याओं को युग्म अभाज्य संख्याएँ कहा जाता है।
उदाहरण: {3, 5}, {5, 7}, {11, 13}, {17, 19}, {29, 31}

(*x*) **परिमेय संख्याएँ:** वे सभी संख्याएँ जो p/q के रूप में व्यक्त की जा सकती हैं, जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है, उन्हें परिमेय संख्याएँ कहा जाता है और इनका समुच्चय Q द्वारा निरूपित किया जाता है। इस प्रकार $Q = \{p/q : p, q \in \text{I और } q \neq 0\}$ यह ध्यान देने योग्य है कि प्रत्येक पूर्णांक एक परिमेय संख्या है क्योंकि इसे p/q के रूप में लिखा जा सकता है। यह भी ध्यान देने योग्य है कि सभी आवर्ती दशमलव परिमेय संख्याएँ होती हैं।

टिप्पणी: $\frac{p}{q}$ में विभिन्न दशमलव अंकों की अधिकतम संख्या q के बराबर होती है, जैसे $\frac{11}{9}$ में अधिकतम 9 विभिन्न दशमलव अंक होंगे।

(*xi*) **अपरिमेय संख्याएँ:** वे संख्याएँ जो p/q के रूप में व्यक्त नहीं की जा सकतीं, जहाँ $p, q \in$ I और $q \neq 0$ अर्थात् जो संख्याएँ परिमेय नहीं हैं उन्हें अपरिमेय संख्याएँ कहा जाता है और इनका समुच्चय Q^c द्वारा निरूपित किया जाता है (अर्थात् Q का पूरक समुच्चय)।
उदाहरण: $\sqrt{2}$, $1 + \sqrt{3}$ इत्यादि। अपरिमेय संख्याओं को आवर्ती दशमलव के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता।
टिप्पणी: $e \approx 2.71$ (जिसे नेपियर नियतांक कहा जाता है) और $\pi \approx 3.14$ अपरिमेय संख्याएँ हैं।

(*xii*) **वास्तविक संख्याएँ:** वे संख्याएँ जिन्हें संख्या रेखा पर व्यक्त किया जा सकता है, वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं। परिमेय और अपरिमेय संख्याओं का पूर्ण समुच्चय वास्तविक संख्याओं का समुच्चय होता है और इसे R द्वारा निरूपित किया जाता है। इस प्रकार,
$R = Q \cup Q^C$



वास्तविक रेखा

सभी वास्तविक संख्याएँ क्रम गुणधर्म का पालन करती हैं, अर्थात् यदि दो भिन्न वास्तविक संख्याएँ a और b हैं, तो या तो $a < b$ होगा या $a > b$ होगा।

टिप्पणी:

(*a*) पूर्णांक परिमेय संख्याएँ होती हैं, लेकिन इसका विलोम सत्य नहीं हो सकता।

(*b*) किसी अपरिमेय संख्या का ऋणात्मक मान भी अपरिमेय संख्या होती है।

(*c*) किसी परिमेय संख्या और अपरिमेय संख्या का योग सदैव अपरिमेय संख्या होती है, जैसे, $2 + \sqrt{3}$

(*d*) एक शून्येतर परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का गुणनफल सदैव अपरिमेय संख्या होगा।

(*e*) यदि $a \in Q$ और $b \notin Q$, तो ab एक परिमेय संख्या होगी, केवल तब जब $a = 0$ हो।

(*f*) दो अपरिमेय संख्याओं का योग, अंतर, गुणनफल और भागफल अपरिमेय संख्या होना आवश्यक नहीं है, अर्थात् परिणाम परिमेय संख्या भी हो सकता है।

एडवांस लर्निंग

सम्मिश्र संख्या: $a + ib$ के रूप में व्यक्त की जाने वाली संख्या को सम्मिश्र संख्या कहा जाता है, जहाँ $a, b \in R$ और $i = \sqrt{-1}$ होता है। सम्मिश्र संख्या को सामान्यत: Z द्वारा निरूपित किया जाता है और सम्मिश्र संख्याओं के समुच्चय को C द्वारा निरूपित किया जाता है। इस प्रकार $C = \{a + ib : a, b \in R$ और $i = \sqrt{-1}\}$

टिप्पणी: यह ध्यान देने योग्य है कि $N \subset W \subset I \subset Q \subset R \subset C$

हल सहित उदाहरण

1. $1.\overline{285714} \div 1.\overline{714285} =$ ______ का मान है-

(*a*) $\frac{3}{4}$ (*b*) $\frac{7}{8}$ (*c*) $\frac{7}{12}$ (*d*) $\frac{3}{7}$

हल: $1.\overline{285714}$

$= 1 + 0.\overline{285714} = 1 + \frac{2}{7} = \frac{9}{7}$

$1.\overline{714285} = 1 + \frac{5}{7} = \frac{12}{7} \therefore 1.\overline{285714} \div 1.\overline{714285}$

$= \frac{9}{7} \div \frac{12}{7}$

$= \frac{9}{7} \times \frac{7}{12} = \frac{3}{4}$

2. सिद्ध करें कि $10^{25} - 7$ का अंतर 3 से विभाज्य है।

हल: दिए गए अंतर $10^{25} - 7$ को निम्न रूप में लिखें

$= (10^{25} - 1) - 6$

संख्या 3 $10^{25} - 1 = \underbrace{99..9}_{25\ digits}$ (और 9) से विभाज्य है। चूँकि संख्याएँ $(10^{25} - 1)$ और 6, 3 से विभाज्य हैं, इसलिए $10^{25} - 7$, जो उनका अंतर है, बिना शेषफल के 3 से विभाज्य है।

कुछ महत्वपूर्ण सर्वसमिका

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a - b)^2 + 4ab$
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (a + b)^2 - 4ab$
3. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
4. $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
5. $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
6. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$
7. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) = (a - b)(a^2 + b^2 + ab)$
8. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = a^2 + b^2 + c^2 + 2abc\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$
9. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2}[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$
10. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

    $= \frac{1}{2}(a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$

    यदि $a + b + c = 0$, तब $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
11. $a^4 - b^4 = (a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$
12. $a^4 + a^2 + 1 = (a^2 + 1)^2 - a^2 = (1 + a + a^2)(1 - a + a^2)$

हल सहित उदाहरण

3. सिद्ध करें कि व्यंजक, $(x^2 - yz)^3 + (y^2 - zx)^3 + (z^2 - xy)^3 - 3(x^2 - yz).(y^2 - zx).(z^2 - xy)$ एक पूर्ण वर्ग है और इसका वर्गमूल ज्ञात करें।

हल: $(x^2 - yz)^3 + (y^2 - zx)^3 + (z^2 - xy)^3 - 3(x^2 - yz)(y^2 - zx)(z^2 - xy) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

जहाँ $a = x^2 - yz, b = y^2 - zx, c = z^2 - xy$

$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

$= \frac{1}{2}(a + b + c)((a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2)$

$= \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)[(x^2 - yz - y^2 + zx)^2 + (y^2 - zx - z^2 + xy)^2 + (z^2 - xy - x^2 + yz)^2]$

$= \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)[\{x^2 - y^2 + z(x - y)\}^2 + \{y^2 - z^2 + x(y - z)\}^2 + \{z^2 - x^2 + y(z - x)\}^2]$

$= \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)(x + y + z)^2 [(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2]$

$= (x + y + z)^2 (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)^2$

$= (x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)^2$

(जो कि एक पूर्ण वर्ग है) इसका वर्गमूल

$\pm(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$

4. यदि $x^2 - 4x + 1 = 0$, तो $x^3 + \frac{1}{x^3}$ का मान क्या है?

हल: $x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 4$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 4^3 - 3 \times 4 = 52$$

5. यदि $x+\frac{1}{x}=a$ तो $x^3+x^2+\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^2}$ मान क्या होगा?

(a) a^3+a^2 (b) a^3+a^2-5a

(c) a^3+a^2-3a-2 (d) a^3+a^2-4a-2

हल: दिया गया है, $x+\frac{1}{x}=a$

अब, $x^3+x^2+\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^2}=\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)+\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$

$=a^3-3a+a^2-2=a^3+a^2-3a-2$

एडवांस लर्निंग

घातांक

यदि 'a' कोई भी शून्येतर वास्तविक या काल्पनिक संख्या है और 'm' एक धनात्मक पूर्णांक है, तो (m बार) यहाँ 'a' को आधार और $a^m = a\cdot a\cdot a. ... a$ 'm' को घातांक या घात कहा जाता है।

घातांकों के नियम:

1. $a^0 = 1, (a \neq 0)$
2. $a^{-m} = \frac{1}{a^m}, (a \neq 0)$
3. $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$, जहाँ m और n परिमेय संख्याएँ हैं।
4. $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$, जहाँ m और n परिमेय संख्याएँ हैं, $a \neq 0$
5. $(a^m)^n = a^{mn}$
6. $a^{p/q} = \sqrt[q]{a^p}$
7. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$, जहाँ $m, n \in N$ और $(m, n \geq 2)$ और a एक धनात्मक परिमेय संख्या है।
8. $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $a, b \in R$ और a और b में से कम से कम एक धनात्मक होना चाहिए।

करणी

यदि a एक धनात्मक परिमेय संख्या है, जो किसी परिमेय संख्या की nवीं घात (जहाँ n कोई प्राकृत संख्या है) नहीं है, तो $\pm\sqrt[n]{a}$ को सरल करणी या एकपदीय करणी कहा जाता है। प्रत्येक करणी एक अपरिमेय संख्या होती है (परंतु प्रत्येक अपरिमेय संख्या करणी नहीं होती)। अत: एकपदीय करणी का संख्या रेखा पर निरूपण अपरिमेय संख्याओं के समान ही होता है।

उदाहरण:

1. $\sqrt{3}$ एक करणी है और $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

2. $\sqrt[3]{5}$ एक करणी है और $\sqrt[3]{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

3. π एक अपरिमेय संख्या है, परंतु यह करणी नहीं है।

4. $\sqrt[3]{3+\sqrt{2}}$ एक अपरिमेय संख्या है परंतु करणी नहीं है। क्योंकि $3+\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या नहीं है।

हल सहित उदाहरण

6. $\left[\sqrt[3]{\sqrt[6]{a^9}}\right]^4\left[\sqrt[6]{\sqrt[3]{a^9}}\right]^4$ को सरल कीजिए।

हल: $a^{9(1/6)(1/3)4}\cdot a^{9(1/3)(1/6)4}=a^2\cdot a^2=a^4.$

7. निम्नलिखित संख्याओं को उनके परिमाण के अनुसार आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करें: $\sqrt[4]{6},\sqrt[3]{7},\sqrt{5}$

हल: $\sqrt[4]{6}=6^{1/4},\sqrt[3]{7}=7^{1/3},\sqrt{5}=5^{1/2}$

इन तीन पदों 4, 3 और 2 के घातों के हरों का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM), 12 है।

अब प्रत्येक पद के घात को एक भिन्न के रूप में व्यक्त करें, जिसमें हर 12 हो।

$6^{\frac{1}{4}}=6^{\frac{3}{12}}=\left(6^3\right)^{\frac{1}{12}}=\sqrt[12]{216}$

$7^{\frac{1}{3}}=7^{\frac{4}{12}}=\left(7^4\right)^{\frac{1}{12}}=\sqrt[12]{2401}$

$5^{\frac{1}{2}}=5^{\frac{6}{12}}=\left(5^6\right)^{\frac{1}{12}}=\sqrt[12]{15625}$

अब, $\sqrt[4]{6}=\sqrt[12]{216},\sqrt[3]{7}=\sqrt[12]{2401},\sqrt{5}=\sqrt[12]{15625}$

अत: इनका आरोही क्रम

$\sqrt[12]{216},\sqrt[12]{2401},\sqrt[12]{15625}$, अर्थात् $,\sqrt[4]{6},\sqrt[3]{7},\sqrt{5}$

$\therefore$ दिए गए करणी संख्याओं का अवरोही क्रम है:

$\sqrt{5},\sqrt[3]{7},\sqrt[4]{6}$

8. $10+\sqrt{24}+\sqrt{60}+\sqrt{40}$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

हल: $=\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{60}+\sqrt{40}}$

$=\sqrt{10+2\sqrt{6}+2\sqrt{15}+2\sqrt{10}}$

$=\sqrt{(2+3+5)+2\sqrt{2(3)}+2\sqrt{3(5)}+2\sqrt{2(5)}}$

$=\sqrt{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2}$

$=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$

एडवांस लर्निंग

अनुपात

(i) यदि A और B समान प्रकार की दो राशियाँ हों, तो उनका अनुपात A:B होता है; जिसे भिन्न $\frac{A}{B}$ द्वारा भी दर्शाया जा सकता है (यह पूर्णांक या भिन्न हो सकता है)।

(ii) एक अनुपात को कई तरीकों से दर्शाया जा सकता है, जैसे: $\frac{a}{b}=\frac{ma}{mb}=\frac{na}{nb}=$...... जहाँ m, n,...... शून्येतर संख्याएँ हैं।

(iii) दो या अधिक अनुपातों की तुलना करने के लिए उन्हें समान हर में बदलें।

मूल अवधारणा एवं संख्या प्रणाली

1. समीकरण $(x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 = 0$ के वास्तविक मूलों की संख्या है:

(*a*) 0 (*b*) 1 (*c*) 2 (*d*) 3

2. यदि $x - a$, $x^3 - a^2x + x + 2$ का गुणनखंड है, तो 'a' का मान होगा–

(*a*) 0 (*b*) 2 (*c*) –2 (*d*) 1

3. यदि $2x^2 - 3xy - 2y^2 = 7$ के पूर्णांकीय हल x, y, हैं तो $|x + y|$ का मान है।

(*a*) 2 (*b*) 4 (*c*) 6 (*d*) 2 या 4 या 6

4. यदि a, b, c वास्तविक है, तब $a(a-b) + b(b-c) + c(c-a) = 0$ है, केवल यदि

(*a*) $a + b + c = 0$ (*b*) $a = b = c$

(*c*) $a = b$ या $b = c$ या $c = a$ (*d*) $a - b - c = 0$

5. यदि $2x^3 - 5x^2 + x + 2 = (x-2)(ax^2 - bx - 1)$ है, तो क्रमशः a और b है

(*a*) 2, 1 (*b*) 2, – 1 (*c*) 1, 2 (*d*) –1, 1/2

6. यदि $L = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} + \frac{1}{3-\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{5}+2} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{6}}$ $= 1 + 2\sqrt{a} + 2\sqrt{b}$ है, तो $a \times b$ का मान है:

(*a*) 30 (*b*) 45 (*c*) 8 (*d*) 0

7. यदि a, b, c वास्तविक एवं भिन्न संख्याएँ हैं तो $\frac{(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3}{(a-b)(b-c)(c-a)}$ का मान है:

(*a*) 1 (*b*) *a b c* (*c*) 2 (*d*) 3

8. बहुपद $1 + x + x^3 + x^9 + x^{27} + x^{81} + x^{243}$ को जब $x - 1$ से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल प्राप्त होगा:

(*a*) 3 (*b*) 5 (*c*) 7 (*d*) 11

लघुगणक एवं इसके मुख्य गुण

9. $\frac{1}{1+\log_b a + \log_b c} + \frac{1}{1+\log_c a + \log_c b} + \frac{1}{1+\log_a b + \log_a c}$ का मान है:

(*a*) *abc* (*b*) $\frac{1}{abc}$ (*c*) 0 (*d*) 1

10. $\log_7 \log_7 \sqrt{7(\sqrt{7\sqrt{7}})} =$

(*a*) $3 \log_2 7$ (*b*) $1 - 3 \log_3 7$

(*c*) $1 - 3\log_7 2$ (*d*) $1 - 10 \log_2 7$

11. $\frac{1}{\log_{\sqrt{bc}} abc} + \frac{1}{\log_{\sqrt{ca}} abc} + \frac{1}{\log_{\sqrt{ab}} abc}$ का मान है:

(*a*) 1/2 (*b*) 1 (*c*) 2 (*d*) 4

12. यदि $\log_x \log_{18}(\sqrt{2} + \sqrt{8}) = \frac{1}{3}$ है तो $1000\,x$ का मान है:

(*a*) 8 (*b*) 1/8 (*c*) 1/125 (*d*) 125

13. समीकरण $\sqrt{\log_{10}(-x)} = \log_{10}\sqrt{x^2}$ के वास्तविक हलों की संख्या है:

(*a*) कोई भी नहीं (*b*) तथ्यतः 1

(*c*) तथ्यतः 2 (*d*) 4

14. संख्या $\log_2 15.\log_{1/6} 2.\log_3 1/6$ से कम अथवा इसके बराबर महत्तम पूर्णांक है:

(*a*) 4 (*b*) 3 (*c*) 2 (*d*) 1

15. अनुपात $\frac{2^{\log_{2^{\frac{1}{4}}} a} - 3^{\log_{27}(a^2+1)^3} - 2a}{7^{4\log_{49} a} - a - 1}$ को सरलीकृत किया जाता है:

(*a*) $a^2 - a - 1$ (*b*) $a^2 + a - 1$

(*c*) $a^2 - a + 1$ (*d*) $a^2 + a + 1$

16. यदि $3^{2\log_3 x} - 2x - 3 = 0$ है, तो समीकरण को संतुष्ट कर रहे 'x' के मानों की संख्या है:

(*a*) शून्य (*b*) 1 (*c*) 2 (*d*) 2 से अधिक

17. समीकरण $2\log x - \log(2x - 75) = 2$ के सभी हलों का योग है:

(*a*) 30 (*b*) 350 (*c*) 75 (*d*) 200

असमिकाएँ

18. यदि असमिका, $\log_{\sqrt{0.9}} \log_5 (\sqrt{x^2+5} + x) > 0$ के हल समुच्चय में 'n' पूर्णांक मान हैं, तो n का मान है:

(*a*) 7 (*b*) 8 (*c*) 6 (*d*) 10

19. यदि $\log_{0.5} \log_5 (x^2 - 4) > \log_{0.5} 1$, है, तो '$x$' अंतराल में स्थित है:

(*a*) $(-3, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, 3)$ (*b*) $(-3, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, 3\sqrt{5})$

(*c*) $(\sqrt{5}, 3\sqrt{5})$ (*d*) ϕ

20. असमिका $2 - \log_2(x^2 + 3x) \ge 0$ का हल समुच्चय है:

(*a*) $[-4, 1]$ (*b*) $[-4, -3) \cup (0, 1]$

(*c*) $(-\infty, -3) \cup (1, \infty)$ (*d*) $(-\infty, -4) \cup [1, \infty)$

मापांक फलन

21. $|4x + 3| + |3x - 4| = 12$ के हल हैं:

(*a*) $x = -\frac{7}{3}, \frac{3}{7}$ (*b*) $x = -\frac{5}{2}, \frac{2}{5}$

(*c*) $x = -\frac{11}{7}, \frac{13}{7}$ (*d*) $x = -\frac{3}{7}, \frac{7}{5}$

22. यदि $|x^2 - 2x - 8| + |x^2 + x - 2| = 3\,|x + 2|$ है, तो x के सभी वास्तविक मानों का समुच्चय है:

(*a*) $[1, 4] \cup \{-2\}$ (*b*) $[1, 4]$

(*c*) $[-2, 1] \cup [4, \infty)$ (*d*) $(-\infty, -2] \cup [1, 4]$

23. $||x - 1| - 1| \le 1$ को संतुष्ट कर रहे वास्तविक 'x' का पूर्ण समुच्चय है:

(*a*) $[0, 2]$ (*b*) $[-1, 3]$ (*c*) $[-1, 1]$ (*d*) $[1, 3]$

24. समीकरण $|x|^2 - 3|x| + 2 = 0$ के वास्तविक मूलों की संख्या है:

(*a*) 1 (*b*) 2 (*c*) 3 (*d*) 4

25. समीकरण $|x-3|^{3x^2-10x+3}=1$ के वास्तविक हल (x) की संख्या है:

(a) तथ्यत: चार (b) तथ्यत: तीन

(c) तथ्यत: दो (d) तथ्यत: एक

विविध प्रश्नावली

26. $7^{\log_3 5}+3^{\log_5 7}-5^{\log_3 7}-7^{\log_5 3}$ को सरलीकृत किया जाता है:

(a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) 4

27. व्यंजक $x^2-y^2-z^2+2yz+x+y-z$ का गुणनखंड है:

(a) $x+y+z+1$ (b) $-x+y+z$

(c) $x+y-z+1$ (d) $x-y+z+1$

28. समीकरण $\frac{3x^4+x^2-2x-3}{3x^4-x^2+2x+3}=\frac{5x^4+2x^2-7x+3}{5x^4-2x^2+7x-3}$ को हल कीजिए:

(a) $x=5, 2$ (b) $x=4, 1$ (c) $x=3, 8$ (d) $x=1, 5$

29. यदि x, y, z धनात्मक वास्तविक संख्या हैं और a, b, c परिमेय संख्याए हैं, तो $\frac{1}{1+x^{b-a}+x^{c-a}}+\frac{1}{1+x^{a-b}+x^{c-b}}+\frac{1}{1+x^{b-c}+x^{a-c}}$ का मान है:

(a) -1 (b) 1 (c) 0 (d) 2

30. यदि $a^x=\sqrt{b}, b^y=\sqrt[3]{c}$ और $c^z=\sqrt{a}$ हैं तो xyz का मान है:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{12}$

31. यदि $\frac{\log a}{b-c}=\frac{\log b}{c-a}=\frac{\log c}{a-b}$ है, तो $a^a \cdot b^b \cdot c^c =$

(a) 3 (b) 1 (c) 4 (d) 2

32. असमिका $\frac{x^2-1}{2x+5}<3$ को संतुष्ट कर रहे अभाज्य संख्याओं की संख्या है:

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

प्रबल (JEE MAIN स्तरीय)

1. यदि $x^{x\sqrt[3]{x}}=\left(x.\sqrt[3]{x}\right)^x$ है, तो $x=$?

(a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) 2

2. समीकरण $4^{(x^2+2)}-9.2^{(x^2+2)}+8=0$ का हल है:

(a) $x=\pm 1$ (b) $x=10$

(c) $x=\pm\sqrt{2}$ (d) $x=\sqrt{3}$

3. यदि $x=\log_a(bc), y=\log_b(ca), z=\log_c(ab)$, है, तो निम्न में से किसका मान 1 है?

(a) $x+y+z$ (b) $(1+x)^{-1}+(1+y)^{-1}+(1+z)^{-1}$

(c) xyz (d) $x+y-z$

4. समीकरण $\log_7 \log_5\left(\sqrt{x^2+5+x}\right)=0.$ का हल है:

(a) $x=2$ (b) $x=3$ (c) $x=4$ (d) $x=-2$

5. $(0.05)^{\log_{\sqrt{20}}(0.1+0.01+0.001+........)}$ का मान है:

(a) 81 (b) $\frac{1}{81}$ (c) 20 (d) $\frac{1}{20}$

6. $\log_2 .\log_3 ....\log_{100} 100^{99^{98^{\cdot^{\cdot^{2^1}}}}}$ का मान है:

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 100

7. $\log_2(x+5)=6-x$ के हल की संख्या है:

(a) 2 (b) 0 (c) 3 (d) 1

8. $\log_{|x|}(x^2+x+1)\geq 0$ को संतुष्ट कर रहे x के मानों का नि:शेष समुच्चय है:

(a) $(-1, 0)$ (b) $(-\infty, -1)\cup(1, \infty)$

(c) $(-\infty, \infty)-\{-1, 0, 1\}$ (d) $(-\infty,-1)\cup(-1,0)\cup(1,\infty)$

9. $\log_{1/2}\left(x^2-6x+12\right)\geq -2$ को संतुष्ट कर रहे x के वास्तविक मानों का समुच्चय है:

(a) $(-\infty,2]$ (b) $[2, 4]$ (c) $[4,+\infty)$ (d) $[3, 8]$

10. यदि $\log_{0.04}(x-1)\geq\log_{0.2}(x-1)$ है तो x अंतराल में होगा:

(a) $(1, 2]$ (b) $(-\infty, 2]$ (c) $[2, \infty)$ (d) $(-\infty, 2)$

11. यदि $\log_{0.3}(x-1)<\log_{0.09}(x-1)$ है, तो x अंतराल में स्थित है–

(a) $(2, \infty)$ (b) $(-2, -1)$ (c) $(1, 2)$ (d) $(-2, 2)$

12. $f(x)=|x-1|+|x-2|+|x-3|$ का न्यूनतम मान है:

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 0

13. p के वास्तविक मानों का समुच्चय जिसके लिए समीकरण $|2x+3|+|2x-3|=px+6$ का दो से अधिक हल है, होगा:

(a) $[0, 4)$ (b) $(-4, 4)$

(c) $R-\{4, -4, 0\}$ (d) $\{0\}$

14. मान लीजिए $3^a=4, 4^b=5, 5^c=6, 6^d=7, 7^e=8$ तथा $8^f=9$ है, तो गुणनफल $(abcdef)$ का मान है :

(a) 1 (b) 2 (c) $\sqrt{6}$ (d) 3

15. समीकरण $\log_{2x}2+\log_4 2x=-\frac{3}{2}$ के दो धनात्मक हल है। इन दो हलों का गुणनफल होगा:

(a) $\frac{1}{32}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{21}$

16. समीकरण $x^4=|x|^{\log_2(x^2+12)}$ को संतुष्ट कर रहे x के मानों की संख्या है:

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

17. यदि $a, b, c\in R$ और $a, b, c\neq 0$ इस प्रकार हैं कि $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}=6$ और $\frac{b}{a}+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}=8$ तो $\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{c^3}+\frac{c^3}{a^3}-3$ का मान है:

(a) 81 (b) 48 (c) 72 (d) 84

18. समीकरण

$\log_2 x+\log_4 y+\log_4 z=2$

$\log_3 y+\log_9 z+\log_9 x=2$

$\log_4 z+\log_{16} x+\log_{16} y=2$

के प्रणाली को संतुष्ट कर रहे $x+y+z$ का मान है:

(a) $\frac{175}{12}$ (b) $\frac{349}{24}$ (c) $\frac{353}{24}$ (d) $\frac{112}{3}$

एकल सही प्रकार के प्रश्न

1. व्यंजक $\log_p \log_p \underbrace{\sqrt[p]{\sqrt[p]{\sqrt[p]{\ldots\ldots\ldots\sqrt[p]{p}}}}}_{n \text{ radical sign}}$, जहां $p \geq 2, p \in N; n \in N,$ को सरलीकृत किये जाने पर

(*a*) यह p से स्वतंत्र है (*b*) p तथा n से स्वतंत्र है

(*c*) p तथा n दोनों पर निर्भर है (*d*) धनात्मक है

2. असमिका $\log_{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}(x^2 - 3x + 2) \geq 2$ का हल समुच्चय है:

(*a*) $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ (*b*) $\left(1, \frac{5}{2}\right)$

(*c*) $\left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(2, \frac{5}{2}\right]$ (*d*) $(1, 2)$

3. यदि $\sqrt{\log_4\{\log_3\{\log_2(x^2 - 2x + a)\}\}}$ परिभाषित किया जाता है $\forall\, x \in R$, तो 'a' के मानों का समुच्चय है:

(*a*) $[9, \infty)$ (*b*) $[10, \infty)$ (*c*) $[15, \infty)$ (*d*) $[2, \infty)$

4. पूर्णांकों की संख्या, जो असमिका $\frac{(16)^{1/x}}{(2^{x+3})} > 1$ को संतुष्ट करते है,हैं:

(*a*) अनंत (*b*) शून्य (*c*) 1 (*d*) 4

5. असमिका $\frac{(3^x - 4^x) \cdot \ln(x+2)}{x^2 - 3x - 4} \leq 0$ का हल समुच्चय है:

(*a*) $(-\infty, 0] \cup (4, \infty)$ (*b*) $(-2, 0] \cup (4, \infty)$

(*c*) $(-1, 0] \cup (4, \infty)$ (*d*) $(-2, -1) \cup (-1, 0) \cup (4, \infty)$

6. अंतराल $(0, 5)$ में समीकरण

$$\frac{\ln(\sqrt{\sqrt{x^2+1}+x}) + \ln(\sqrt{\sqrt{x^2+1}-x})}{\ln x} = x$$ को संतुष्ट कर रहे x के मानों की संख्या है/हैं:

(*a*) 1 (*b*) 2 (*c*) 3 (*d*) 0

7. यदि $A = \log_{\sqrt{5}}\left(\left(\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}\cdot^{\cdot^{\cdot}}\text{10 times}}\right)$ है, तो $\log_{\sqrt{3}}(1024A + 1)$ का मान है:

(*a*) 1 (*b*) 3 (*c*) 5 (*d*) 2

एकाधिक सही प्रकार के प्रश्न

8. समीकरण $|x| = 49^{\left(\frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{7}} 27 + \log_{343} 81\right)}$ के मूल में सम्मिलित है:

(*a*) केवल 1 से बड़ी एक धनात्मक संख्या

(*b*) दो वास्तविक संख्या

(*c*) दो अपरिमेय संख्या

(*d*) एक ऋणात्मक परिमेय संख्या

9. निम्न में से कौन सा सही है?

(*a*) $(\log_{10}2)^2 + 1 > \log_{10}4$

(*b*) $\log_{10}90 > \log_5 50$

(*c*) $\log_4 \log_3 \log_2 16 > \log_{16} 4$

(*d*) $2(\log_{10} 3)^2 - 3(\log_{10} 2)^2 > (\log_{10} 2) \times (\log_{10} 3)$

10. समीकरण $x^{\frac{3}{4}(\log_2 x)^2 + \log_2 x - \frac{5}{4}} = \sqrt{2}$ में सभी वही विकल्पों को चिन्हित करें:

(*a*) कम से कम एक वास्तविक हल है

(*b*) ठीक तीन वास्तविक हल हैं

(*c*) ठीक एक अपरिमेय हल हैं

(*d*) काल्पनिक मूल हैं

11. समीकरण $x^{\left[(\log_3 x)^2 - \frac{9}{2}\log_3 x + 5\right]} = 3\sqrt{3}$ का

(*a*) ठीक तीन वास्तविक हल हैं

(*b*) कम से कम एक वास्तविक हल है

(*c*) ठीक एक अपरिमेय हल है

(*d*) सम्मिश्र मूल हैं

12. असमिका $(\log_2 x)^4 - \left(\log_{1/2}\frac{x^3}{8}\right)^2 + 9\log_2\left(\frac{32}{x^2}\right) < 4\left(\log_{1/2} x\right)^2$ का हल समुच्चय $(a, b) \cup (c, d)$ है, तो सही कथन है

(*a*) $a = 2b$ और $d = 2c$ (*b*) $b = 2a$ और $d = 2c$

(*c*) $\log_c d = \log_b a$ (*d*) (c, d) में 4 पूर्णांक हैं

13. निम्नलिखित में सही का चयन कीजिए:

(*a*) $\frac{81^{\frac{1}{\log_5 9}} + 3^{\frac{3}{\log_{\sqrt{6}} 3}}}{409}\left((\sqrt{7})^{\frac{2}{\log_{25} 7}} - (125)^{\log_{25} 6}\right) = 1$

(*b*) $5^{\log_{1/5}\frac{1}{2}} + \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}\right) + \log_{1/2}\left(\frac{1}{(10+2\sqrt{21})}\right) = 6$

(*c*) $\sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\log(16)}} = 20$

(*d*) इनमें से कोई नहीं

14. निम्नलिखित में सही का चयन कीजिए:

(*a*) $\log_2(\log_{1/2}(x)) < 2$, सभी $x \in \left(\frac{1}{16}, 1\right)$ के लिए

(*b*) $\log_{1/2}(\log_3(x)) > 3$, सभी $x \in (1, 3^{1/8})$ के लिए

(*c*) $(\log_2(x) - 1)(\log_3(x) - 2) \leq 0$, सभी $x \in [2, 9]$ के लिए

(*d*) $(\log_2(x) - 1)(\log_{1/2}(x) - 2) \leq 0$, सभी $x \in \left(0, \frac{1}{4}\right] \cup [2, \infty)$ के लिए

बोधात्मक आधारित प्रश्न

बोधात्मक (15 से 17): मान लीजिए α तथा β समीकरण $\left(\sqrt{x}\right)^{\log_5 x - 1} = 5$, के हल हैं, जहां $\alpha \in I$ तथा $\beta \in Q$ है, तब

[**प्रयोग कीजिए:** $\log_{10}2 = 0.3010$, $\log_{10}3 = 0.4771$]

15. $(\alpha)^{10}$ में दशमलव से पहले सार्थक अंकों की संख्या है:

(*a*) 13 (*b*) 14 (*c*) 15 (*d*) इनमें से कोई नहीं

16. $(\beta)^{10}$ में सार्थक अंकों से पूर्व दशमलव के बाद शून्यों की संख्या है:

(*a*) 5 (*b*) 7 (*c*) 8 (*d*) 6

17. $(\beta)^{\log_{25} 9}$ का मान है:

(*a*) $\frac{1}{3}$ (*b*) 5 (*c*) $\frac{1}{5}$ (*d*) 9

स्तंभों के मिलान संबंधी प्रश्न

18. स्तम्भों का मिलान कीजिए:

	स्तम्भ-I		स्तम्भ-II
A.	x के मान जो समीकरण $\log_2^2(x^2-x)-4\log_2(x-1)\log_2 x=1$ को संतुष्ट नहीं करते/हैं	p.	2
B.	समीकरण $2^{\log_2 e^{\ln 5^{\log_5 7^{\log_7 10^{\log_{10}(8x-3)}}}}}=13$ को संतुष्ट कर रहे x का मान है	q.	3
C.	संख्या $N=\left(\frac{1}{\log_2 \pi}+\frac{1}{\log_6 \pi}\right)$ कम है	r.	4
D.	मान लीजिए $l=(\log_3 4+\log_2 9)^2-(\log_3 4-\log_2 9)^2$ और $m=(0.8)\left(1+9^{\log_3 8}\right)^{\log_{65} 5}$ है, तो $(l+m)$ विभाजित है	s.	5
		t.	6

(*a*) A → r, t, s; B → q; C → r, s, q; D → q, r

(*b*) A → q, r, s, t; B → p; C → q, r; D → r, s

(*c*) A → q, r, s, t; B → p; C → q, r, s, t; D → p, r, s

(*d*) A → t; B → s; C → q, t; D → r, s

19. स्तम्भों का मिलान कीजिए:

	स्तम्भ-I		स्तम्भ-II
A.	$\log_{\sin 30^\circ}(\cos 60^\circ)+1$	p.	3
B.	$\log_{4/3}(1.\bar{3})+3$	q.	5
C.	$\log_{2-\sqrt{3}}(2+\sqrt{3})+6$	r.	4
D.	$\log_{\tan 20^\circ}\tan 70^\circ+4$	s.	2
E.	$\log_{\cot 40^\circ}\tan 50^\circ$	t.	0
F.	$\log_{0.125}(8)+8$	u.	–1
G.	$\log_{1.5}(0.\bar{6})+9$	v.	8
H.	$\log_{2.25}(0.\bar{4})$	w.	7
I.	$\log_{10}(0.\bar{9})$	x.	1

(*a*) A → q, B → p, C → s, D → v, E → u, F → u, G → q, H → w, I → x

(*b*) A → s, B → r, C → q, D → p, E → x, F → w, G → v, H → u, I → t

(*c*) A → s, B → v, C → t, D → p, E → t, F → u, G → w, H → x, I → w

(*d*) A → q, B → s, C → r, D → v, E → u, F → v, G → v, H → w, I → x

20. निम्नलिखित स्तंभों का मिलान कीजिए:

	स्तम्भ-I		स्तम्भ-II
A.	यदि $a=3\left(\sqrt{8+2\sqrt{7}}-\sqrt{8-2\sqrt{7}}\right)$, $b=\sqrt{(42)(30)+36}$ है, तो $\log_a b$ का मान है	p.	–1
B.	यदि $a=\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}$, $b=\sqrt{(42)(30)+36}$ है तो $\log_a b$ का मान है	q.	1
C.	यदि $a=\sqrt{3+2\sqrt{2}}, b=\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ है तो $\log_a b$ का मान है	r.	2
D.	यदि $a=\sqrt{7+\sqrt{7^2-1}}, b=\sqrt{7-\sqrt{7^2-1}}$ है, तो $\log_a b$ का मान है	s.	$2+2\log_2 3$

(*a*) A → s, B → p, C → q, D → p
(*b*) A → r, B → p, C → r, D → p
(*c*) A → r, B → s, C → p, D → p
(*d*) A → p, B → q, C → p, D → r

संख्यात्मक प्रकार के प्रश्न

21. समीकरण $\log_{\sqrt{x}}(x+|x-2|)=\log_x(5x-6+5|x-2|)$ के पूर्णांक हलों की संख्या ज्ञात कीजिए।

22. यदि a, b सह-अभाज्य संख्याएँ हैं और $\left(2+\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{\log_a(2-\sqrt{3})}+\frac{1}{\log_b\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\right)}}=\frac{1}{12}$, को संतुष्ट कर रही हैं तो $(a+b)$ का मान हो सकता है।

23. समीकरण $2\log_8(2x)+\log_8(x^2-2x+1)=\frac{4}{3}$ को संतुष्ट कर रहे x के सभी पूर्णांक मानों का योग है।

24. यदि असमिका $(\log_{10}x)^2\geq\log_{10}x+2$ का पूर्ण हल समुच्चय $(0, a]\cup\left[\frac{1}{a^2},\infty\right)$ है, तो $10a$ का मान ज्ञात कीजिए।

25. यदि असमिका $\log_{1/2}(x+5)^2>\log_{1/2}(3x-1)^2$ का पूर्ण हल समुच्चय $(-\infty, p)\cup(q, r)\cup(s,\infty)$ है, तो $3\left(\frac{p^2+q^2+r^2}{s^2}\right)$ ज्ञात कीजिए।

26. समीकरण $x^{0.5\log_{\sqrt{x}}(x^2-x)}=3^{\log_9 4}$ हल कीजिए।

27. यदि $(0.3)^{\log_{\frac{1}{3}}\log_2\frac{3x+6}{x^2+2}}>1$ का हल समुच्चय $\left(\frac{-1}{\alpha},\alpha\right)$ है, तो $\alpha=?$

28. यदि $\log_{0.5}\left(\log_6\frac{x^2+x}{x+4}\right)<0$ का हल समुच्चय $(\alpha,\beta)\cup(-2\alpha,\infty)$ है, तो $-\alpha+\beta=$

29. यदि $\log_3\frac{|x^2-4x|+3}{x^2+|x-5|}\geq 0$ का हल समुच्चय $\left(-\infty,-\frac{\alpha}{\beta}\right]\cup\left[\frac{1}{\alpha},\alpha\right]$ है, तब $\alpha\beta=$

30. समीकरण $(0.4)^{\log^2 x+1}=(6.25)^{2-p\log x}$ (आधार 10) के लिए
यदि $p=2$ है, तो वास्तविक मूलों की सख्या m है-
यदि $p=3$ है, तो वास्तविक मूलों की सख्या n है-
तो $m+n=?$

पिछले वर्षों के प्रश्न

1. माना तीन भिन्न धनात्मक वास्तविक संख्याओं a, b, c के लिए $(2a)^{\log_e a} = (bc)^{\log_e b}$ तथा $b^{\log_e 2} = a^{\log_e c}$ हैं। तो $6a + 5bc$ बराबर है। **(JEE Main 2023)**

2. 3^{2022} को 5 से विभाजित करने पर शेषफल है: **(JEE Main 2022)**
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

3. $(11)^{1011} + (1011)^{11}$ को 9 से विभाजित करने पर शेषफल है। **(JEE Main 2022)**
(a) 1 (b) 4 (c) 6 (d) 8

4. $(2021)^{2023}$ को 7 से विभाजित करने पर शेषफल है: **(JEE Main 2022)**
(a) 1 (b) 2 (c) 5 (d) 6

5. समीकरण $\log_4 (x - 1) = \log_2 (x - 3)$ के हलों की संख्या है __________। **(JEE Main 2021)**

6. यदि $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ के लिए, $\log_{10}\sin x + \log_{10}\cos x = -1$ तथा $\log_{10} (\sin x + \cos x) \frac{1}{2}$ $= (\log_{10} n-1), n > 0$ हैं, तो n का मान बराबर है: **(JEE Main 2021)**
(a) 9 (b) 12 (c) 16 (d) 20

PW चैलेंजर्स

1. यदि $\log_4(x + 2y) + \log_4(x - 2y) = 1$, तो $|x| - |y|$ का न्यूनतम मान है ____

2. मान लीजिए a, b, c, d धनात्मक पूर्णांक हैं और $\log_a b = \frac{3}{2}, \log_c d = \frac{5}{4}$ यदि $a - c = 9$, तो $b - d = ?$

3. मान लीजिए $x \in N$ इस प्रकार है कि $2^{1+[\log_2(x-2)]} - x = 20$. ([·] G.I.F. है) x का सबसे छोटा मान है।

4. यदि $\sqrt{4+\sqrt{8-\sqrt{32+\sqrt{768}}}} = a\sqrt{2}\cos\left(\frac{11\pi}{b}\right)$, जहाँ a और b प्राकृत संख्याएं हैं, तो $a + b$ ज्ञात कीजिए।

5. मान लीजिए $r_1, r_2, r_3\ r_n$ n धनात्मक पूर्णांक है जो आवश्यक नहीं है की भिन्न हों इस प्रकार से कि $(x + r_1)(x + r_2)(x + r_3)\ldots(x + r_n) = x^n + 56x^{n-1} + \ldots + 2009$ तो n का मान है।

6. यदि $(a + 1)(b + 1)(c + 1)(d + 1) = 1$
$(a + 2)(b + 2)(c + 2)(d + 2) = 2$
$(a + 3)(b + 3)(c + 3)(d + 3) = 3$
$(a + 4)(b + 4)(c + 4)(d + 4) = 4$
तो $(a + 5)(b + 5)(c + 5)(d + 5)$ का मान है।

7. सभी संभव प्राकृत संख्याएं 'n' का योग ज्ञात कीजिए जिसके लिए $\frac{5n^2-7n+84}{n}$ 5 द्वारा विभाजित है।

8. $$\left[2008+\log_{\left(\frac{6561}{256}\right)}\left(\frac{1}{3\sqrt{2}}\sqrt{4-\frac{1}{3\sqrt{2}}\sqrt{4-\frac{1}{3\sqrt{2}}\sqrt{4-\frac{1}{3\sqrt{2}}\ldots}}}\right)\right]$$
(जहाँ [·] G.I.F. है) का मान है।

9. मान लीजिए, a, b और c भिन्न शून्येतर वास्तविक संख्याएं इस प्रकार हैं कि $\frac{1-a^3}{a} = \frac{1-b^3}{b} = \frac{1-c^3}{c}$ हैं तो $10(a^3 + b^3 + c^3)$ का मान है।

10. स्तंभों का मिलान कीजिए-

	स्तम्भ-I		स्तम्भ-II
A.	$\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}=\frac{1}{\sqrt{20}}$ को संतुष्ट कर रहे (x,y) रूप के पूर्णांक युग्म की संख्या है-	p.	16
B.	समीकरण $3x + 5y = 1008$ के धनात्मक पूर्णांक हलों की संख्या है/हैं	q.	2
C.	n पूर्णांकों की संख्या, जिससे $\sqrt{\frac{3n-5}{n+1}}$ भी एक पूर्णांक हो, का मान है/हैं-	r.	0
D.	n पूर्णांकों कि संख्या (धनात्मक, ऋणात्मक या 0), इस प्रकार से कि $n^2 + 73$, $(n + 73)$ से विभाजित हो, बराबर है/ हैं	s.	67
		t.	3

(a) A → t; B → s; C → q; D → p
(b) A → r; B → p; C → q; D → s
(c) A → q; B → p; C → r; D → s
(d) A → s; B → p; C → q; D → p

11. $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} = a$ तो $a - 2023$ का निरपेक्ष मान ज्ञात कीजिए।

उत्तरमाला

प्रारम्भ (विषयवार)

1. (*a*) **2.** (*c*) **3.** (*b*) **4.** (*b*) **5.** (*a*) **6.** (*d*) **7.** (*d*) **8.** (*c*) **9.** (*d*) **10.** (*c*)
11. (*b*) **12.** (*d*) **13.** (*c*) **14.** (*c*) **15.** (*d*) **16.** (*b*) **17.** (*d*) **18.** (*b*) **19.** (*a*) **20.** (*b*)
21. (*c*) **22.** (*a*) **23.** (*b*) **24.** (*d*) **25.** (*b*) **26.** (*a*) **27.** (*d*) **28.** (*c*) **29.** (*b*) **30.** (*d*)
31. (*b*) **32.** (*d*)

प्रबल (JEE MAIN स्तरीय)

1. (*a*) **2.** (*a*) **3.** (*b*) **4.** (*c*) **5.** (*a*) **6.** (*b*) **7.** (*d*) **8.** (*d*) **9.** (*b*) **10.** (*c*)
11. (*a*) **12.** (*b*) **13.** (*d*) **14.** (*b*) **15.** (*a*) **16** (*d*) **17.** (*c*) **18.** (*c*) **19.** (*c*) **20.** (*a*)
21. (*d*) **22.** (*a*) **23.** (*a*) **24.** (*b*) **25.** (*b*) **26.** (*d*) **27.** (*b*) **28.** (*d*) **29.** (*d*) **30.** (*a*)
31. (*b*) **32.** (*a*) **33.** (*c*) **34.** [89] **35.** [75] **36.** [1] **37.** [2] **38.** [1] **39.** [400] **40.** [3]
41. [5] **42.** [0] **43.** [1] **44.** [9] **45.** [1] **46.** [10]

परीक्षित (JEE ADVANCED स्तरीय)

1. (*a*) **2.** (*c*) **3.** (*a*) **4.** (*a*) **5.** (*d*) **6.** (*d*) **7.** (*d*) **8.** (*b, c*) **9.** (*a, d*) **10.** (*a, b, c*)
11. (*a, b, c, d*) **12.** (*b, c*) **13.** (*a,b,c*) **14.** (*a,b,c,d*) **15.** (*b*) **16.** (*d*) **17.** (*a*) **18.** (*c*)
19. (*b*) **20.** (*c*) **21.** [1] **22.** [7] **23.** [2] **24.** [10] **25.** [17] **26.** [2] **27.** [2] **28.** [1]
29. [6] **30.** [2]

पिछले वर्षों के प्रश्न

1. (Drop) **2.** (*c*) **3.** (*d*) **4.** (*d*) **5.** (*a*) **6.** (*b*)

PW चैलेंजर्स

1. [$\sqrt{3}$] **2.** [93] **3.** [44] **4.** [50] **5.** [4] **6.** [29] **7.** [63] **8.** [2007] **9.** [30] **10.** (*a*)
11. [2019]

अपनी क्षमताओं का विस्तार करें

- ❖ रोज एक शीशे के सामने खड़े होकर अपने बारे में पाँच सकारात्मक बातें कहें और यह अभ्यास एक हफ्ते तक करें। यह सरल अभ्यास आत्मविश्वास बढ़ाता है, सकारात्मकता लाता है और नकारात्मक सोच को दूर करता है।
- ❖ इसे अपनी आदत बनाएं, यह आत्म-विश्वास और भावनात्मक मजबूती की मजबूत नींव बनाएगा।

PHYSICS WALLAH

प्रयास
JEE

- आधारभूत गणित
- मात्रक एवं मापन
- सरल रेखा में गति
- समतल में गति
- न्यूटन के गति के नियम

भौतिक विज्ञान

MODULE 1

अध्याय 2

मात्रक एवं मापन

भौतिक राशियाँ

वे सभी राशियाँ जिन्हें मापा जा सकता है, भौतिक राशियाँ कहलाती हैं। जैसे समय, लंबाई, द्रव्यमान, बल, कृत कार्य, आदि। भौतिकी में हम भौतिक राशियों और उनके अंतर-संबंधों के बारे में अध्ययन करते हैं।

मूल राशियाँ

भौतिक राशियों का वह समूह जो एक दूसरे से पूरी तरह स्वतंत्र होता है लेकिन अन्य सभी भौतिक राशियों को इन भौतिक राशियों के पदों में व्यक्त किया जा सकता है, उसे मूल राशियों का समुच्चय कहते हैं।

मूल राशियाँ जिन्हें वर्तमान में वैज्ञानिक समुदाय द्वारा स्वीकार किया जा रहा है, वे हैं द्रव्यमान, समय, लंबाई, धारा, तापमान, प्रकाश तीव्रता और पदार्थ की मात्रा।

व्युत्पन्न भौतिक राशियाँ

वे भौतिक राशियाँ जिन्हें मूल भौतिक राशियों के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, व्युत्पन्न भौतिक राशियाँ कहलाती हैं। उदाहरण: चाल = दूरी/ समय।

मापन

मापन एक राशि की उसी भौतिक राशि के मानक से तुलना है। अतीत में विभिन्न देशों ने अलग-अलग मानकों का पालन किया।

मात्रक

सभी भौतिक राशियाँ समान भौतिक राशि के मानक परिमाण के सापेक्ष मापी जाती हैं और इन मानकों को मात्रक कहा जाता है। उदाहरण: सेकंड, मीटर, किलोग्राम, आदि।

मात्रक के चार मूल गुण होते हैं:

1. उन्हें अच्छी तरह से परिभाषित होना चाहिए।
2. उन्हें आसानी से उपलब्ध और पुनरुत्पादित किया जा सके।
3. उन्हें अपरिवर्तनीय (अचर) होना चाहिए जैसे के लंबाई की मात्रक के रूप में 'कदम' अचर नहीं है।
4. उन्हें सभी द्वारा स्वीकार किया जाना चाहिए।

मात्रकों की प्रणालियाँ

1. **FPS या ब्रिटिश इंजीनियरिंग प्रणाली:** इस प्रणाली में लंबाई, द्रव्यमान और समय को मूल मात्रा के रूप में लिया जाता है और उनकी आधार मात्रक क्रमशः फुट (ft), पाउंड (lb) और सेकंड (s) हैं।
2. **CGS या गॉसियन प्रणाली:** इस प्रणाली में मूल मात्रक लंबाई, द्रव्यमान और समय हैं और उनकी संबंधित इकाइयाँ सेंटीमीटर (cm), ग्राम (g) और सेकंड (s) हैं।
3. **MKS प्रणाली:** इस प्रणाली में भी मूल मात्राएँ लंबाई, द्रव्यमान और समय हैं, लेकिन उनकी मूल मात्रक क्रमशः मीटर (m), किलोग्राम (kg) और सेकंड (s) हैं।

तालिका: विभिन्न प्रणालियों में कुछ भौतिक राशियों के मात्रक

भौतिक राशि का प्रकार	भौतिक राशि	प्रणाली		
		CGS	MKS	FPS
मूल मात्रक	लंबाई	cm	m	ft
	द्रव्यमान	g	kg	lb
	समय	s	s	s

4. **मात्रकों की अंतर्राष्ट्रीय प्रणाली (SI):** यह प्रणाली MKS प्रणाली का संशोधन है। MKS प्रणाली के तीन मूल मात्रकों के अलावा चार अन्य मूल और दो पूरक मात्रक भी इस प्रणाली में शामिल हैं।

तालिका: SI मूल राशियाँ और उनके मात्रक

क्र. सं.	भौतिक राशि	मात्रक	संकेत
1.	लंबाई	मीटर	m
2.	द्रव्यमान	किलोग्राम	kg
3.	समय	सेकंड	s
4.	तापमान	केल्विन	K
5.	विद्युत धारा	ऐम्पियर	A
6.	ज्योतित तीव्रता	केंडेला	cd
7.	पदार्थ की मात्रा	मोल	mol

हल सहित उदाहरण

3. दीर्घ वृत्ताकार पथ पर गतिमान कण की गतिज ऊर्जा $K = \alpha s^2$ द्वारा व्यक्त है, जहाँ s कण द्वारा तय की गई दूरी है। α की विमा ज्ञात करें।

हलः $K = \alpha s^2 \Rightarrow \alpha = \dfrac{K}{s^2}$

$$[\alpha] = \left[\frac{(ML^2T^{-2})}{(L^2)}\right]$$

$$[\alpha] = [M^1 L^0 T^{-2}]$$
$$[\alpha] = [M T^{-2}]$$

4. समय t पर एक कण की स्थिति, $x(t) = \dfrac{v_0}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t})$ समीकरण द्वारा व्यक्त की जाती है जहाँ v_0 एक नियतांक है और $\alpha > 0$ है v_0 और α की विमा क्रमशः हैं,–

(*a*) $[M^0 L^1 T^0]$ और $[T^{-1}]$ (*b*) $[M^0 L^1 T^{-1}]$ और $[T]$

(*c*) $[M^0 L^1 T^{-1}]$ और $[T^{-1}]$ (*d*) $[M^1 L^1 T^{-1}]$ और $[LT^{-2}]$

हल $[\alpha]\,[t] = [M^0L^0T^0]$ और $[v_0] = [x]\,[\alpha]$

$[\alpha] = [M^0L^0T^{-1}]$ $= [M^0L^1T^{-1}]$

5. यदि $\dfrac{v + A\sqrt{s}}{Bt^2} = F$; तो A और B की विमा ज्ञात करें; जहाँ F = बल, v = वेग, s = विस्थापन और t = समयः

हल समघतता के सिद्धांत का उपयोग करने पर;

$$\left[A\sqrt{S}\right] = [v]$$
$$\left[AL^{\frac{1}{2}}\right] = [LT^{-1}]$$
$$\therefore [A] = \left[L^{\frac{1}{2}}T^{-1}\right]$$

इसके अलावा, हम लिख सकते हैं

$$B = \frac{v + A\sqrt{S}}{Ft^2}$$

$$[B] = \frac{[LT^{-1}]}{[(MLT^{-2})(T^2)]} \Rightarrow [B] = [M^{-1}L^0T^{-1}]$$

विमीय विश्लेषण और इसके अनुप्रयोग

समीकरणों की विमीय संगति की जाँच

यह समघातता के सिद्धांत पर आधारित है, जिसके अनुसार एक दिया गया भौतिक संबंध विमीय रूप से सही होता है यदि संबंध के दोनों ओर विभिन्न पदों की विमाएं समान हों।

टिप्पणीः

- घातांक विमाविहीन होते हैं।
- सभी त्रिकोणमितीय और लघुगणकीय कार्यों का इनपुट और आउटपुट विमाविहीन होना चाहिए। उदाहरण के लिए, eg., $\sin\theta$, e^{θ}, $\cos\theta$, $\log\theta$ विमाविहीन मान देते हैं और उपरोक्त व्यंजक में θ विमाविहीन है।
- हम केवल समान विमा वाली राशि को संकलित या व्यवकलित कर सकते हैं।

हल सहित उदाहरण

6. विमीय विश्लेषण का उपयोग करके एक सरल लोलक के लिए संबंध $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ की यथार्थता की जाँच करें।

हलः विमा की समघातता के सिद्धांत से, LHS की विमा = RHS की विमा

अब, $[T] = [M^0L^0T^1]$

$$\text{दाएँ पक्ष (RHS) की विमा} = \left(\frac{\text{लंबाई की विमा}}{\text{त्वरण की विमा}}\right)^{1/2}$$

(क्योंकि $\because 2\pi$ के विमाविहीन नियतांक है)

$$[RHS] = \left[\frac{L}{LT^{-2}}\right]^{1/2} = \left[T^2\right]^{1/2} = [T] = [M^0L^0T^1] = [LHS].$$

अतः, समीकरण सही है।

7. जाँच करें कि क्या दिया गया संबंध $\dfrac{Fv^2}{t} = KE$ (गतिज ऊर्जा) विमीय रूप से सही है? यहाँ F = बल, v = वेग और t = समय है?

हलः $$[LHS] = \left[\frac{Fv^2}{t}\right] = \frac{[MLT^{-2}]\times[L^2T^{-2}]}{[T]} = [ML^3T^{-5}]$$

$$[RHS] = [KE] = \left[\frac{1}{2}mv^2\right] = [M \times L^2T^{-2}] = [ML^2T^{-2}]$$

$\therefore [LHS] \neq [RHS]$, इसलिए दिया गया संबंध विमा की दृष्टि से गलत है।

भौतिक राशियों के बीच संबंध स्थापित करना

यदि हम उन विभिन्न कारकों को जानते हैं जिन पर एक भौतिक राशि निर्भर करती है, तो हम समघातता के सिद्धांत का उपयोग करके विभिन्न कारकों के बीच संबंध स्थापित कर सकते हैं।

हल सहित उदाहरण

8 एक सरल लोलक का आवर्त काल T के लिए एक व्यंजक ज्ञात करें। आवर्त काल T निम्न पर निर्भर हो सकती हैः (i) लोलक के गोलक का द्रव्यमान m, (ii) लोलक की लंबाई l, (iii) उस स्थान पर गुरूत्वीय त्वरण g जहाँ लोलक निलंबित है।

प्रारम्भ (विषयवार)

मात्रक, मात्रक पद्धति

1. निम्नलिखित में से कौन समय का मात्रक नहीं है?
(*a*) सौर दिवस (*b*) लंबन सेकंड (पारसेक)
(*c*) लीप वर्ष (*d*) चंद्र मास

2. एक मात्रक रहित राशि के संबंध में कौन सा सत्य है?
(*a*) इसमें कभी भी शून्यतर विमा नहीं होती है
(*b*) इसमें हमेशा शून्यतर विमा होती है
(*c*) इसमें शून्यतर विमा हो सकती है
(*d*) इसका अस्तित्व नहीं होता है

3. निम्नलिखित में से कौन भौतिक राशि का नाम नहीं है?
(*a*) किलोग्राम (*b*) आवेग
(*c*) ऊर्जा (*d*) घनत्व

4. पारसेक किसका मात्रक है?
(*a*) समय (*b*) कोण
(*c*) दूरी (*d*) वेग

5. S.I. पद्धति में ऊर्जा का मात्रक है:
(*a*) अर्ग (*b*) केलोरी
(*c*) जूल (*d*) इलेक्ट्रॉन-वोल्ट

6. सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक *G* का SI मात्रक है
(*a*) $N\ m\ kg^{-2}$ (*b*) $N\ m^2\ kg^{-2}$
(*c*) $N\ m^2\ kg^{-1}$ (*d*) $N\ m\ kg^{-1}$

7. पृष्ठ तनाव का मात्रक है
(*a*) जूल m^2 (*b*) जूल-m^2
(*c*) जूल-m^1 (*d*) जूल m^3

8. विशिष्ट प्रतिरोध की मात्रक है:
(*a*) ओम/मी (*b*) ओम/मी^{2}
(*c*) ओममी^{2} (*d*) ओममी

9. चुंबकीय आघूर्ण की मात्रक है:
(*a*) ऐम्पियर मी^{2} (*b*) ऐम्पियर मी$^{-2}$
(*c*) ऐम्पियर मी (*d*) ऐम्पियर मी$^{-1}$

भौतिक राशियों की विमाएँ

10. SI इकाइयों में कोणीय त्वरण की मात्रक है-
(*a*) $N\ m\ kg^{-1}$ (*b*) ms^{-2}
(*c*) rad s^{-2} (*d*) $N\ kg^{-1}$

11. कोणीय आवृत्ति को rad s^{-1} में मापा जाता है। लंबाई में इसके घातांक हैं
(*a*) –2 (*b*) –1 (*c*) 0 (*d*) 2

12. बोल्ट्जमान स्थिरांक की विमाएँ हैं-
(*a*) $MLT^{-2}K^{-1}$ (*b*) $ML^2T^{-2}K^{-1}$
(*c*) M^0LT^{-2} (*d*) $M^0L^2T^{-2}K^{-1}$

13. निम्नलिखित में से समान विमीय सूत्र वाली भौतिक राशियों का युग्म है-
(*a*) कोणीय संवेग और बलाघूर्ण
(*b*) बलाघूर्ण और ऊर्जा
(*c*) बल और शक्ति
(*d*) शक्ति और कोणीय संवेग

14. प्रति एकांक द्रव्यमान प्रति एकांक आपेक्षिक घनत्व पर किए गए कार्य की विमाएँ __________ की विमाओं के तुल्य होंगी-
(*a*) (त्वरण)^2 (*b*) (वेग)^2
(*c*) (बल)^2 (*d*) (बलाघूर्ण)^2

15. निम्नलिखित में से कौन तीव्रता का विमीय सूत्र है?
(*a*) MT^{-3} (*b*) $M^{-1}L^2T^{-2}$
(*c*) $ML^{1/2}T^{-1}$ (*d*) कोई नहीं

16. $\left[\frac{h}{G}\right]$ की विमा, जहाँ h = प्लैंकस्थिरांक और G = गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक है, है
(*a*) $ML^{-1}T^2$ (*b*) $M^{-1}L^3T^2$ (*c*) $M^2L^{-1}T$ (*d*) $M^3L^0T^{-1}$

17. एक विमाहीन राशि के संबंध में निम्न में से सत्य है:
(*a*) इसका कोई मात्रक नहीं होता है
(*b*) इसका सदैव एक मात्रक होता है
(*c*) एक मात्रक हो सकता है
(*d*) इसका अस्तित्व नहीं होता है

विमीय विश्लेषण एवं इसका अनुप्रयोग

समघातता का सिद्धांत

18. बल *F* को समय *t* और दूरी *x* के पदो में $F = A \sin Ct + B \cos Dx$ द्वारा व्यक्त किया जात है। तब *A/B* और *C/D* की विमाएँ होंगी-
(*a*) $MLT^{-2}, M^0L^0T^{-1}$ (*b*) $MLT^{-2}, M^0L^{-1}T^0$
(*c*) $M^0L^0T^0, M^0L^1T^{-1}$ (*d*) $M^0L^1T^{-1}, M^0L^0T^0$

19. गैस में ध्वनि का वेग $v = \sqrt{\gamma k_b \frac{T}{m}}$ है। वेग *v* को m/s में मापा जाता है, γ एक विमाविहीन स्थिरांक है, *T* केल्विन (K) में तापमान है, और *m* को kg में द्रव्यमान है। बोल्ट्ज़मैन स्थिरांक, k_b के मात्रक क्या हैं?
(*a*) $kgm^2s^{-2}K^{-1}$ (*b*) kgm^2s^2K
(*c*) $kgms^{-1}K^{-2}$ (*d*) $kgm^2s^{-2}K$

20. एक तरंग को $y = a \sin (At - Bx + C)$ द्वारा व्यक्त किया जाता है जहाँ *A*, *B*, *C* स्थिरांक हैं, *t* सेकंड में *x* और *y* मीटर में हैं। *A*, *B* और *C* की विमा हैं-
(*a*) $T^{-1}, L, M^0L^0T^0$ (*b*) $T^{-1}, L^{-1}, M^0L^0T^0$
(*c*) T, L, M (*d*) T^{-1}, L^{-1}, M^{-1}

43. प्रतिशत त्रुटि का मात्रक है–

(*a*) भौतिक राशि के समान

(*b*) भौतिक राशि से भिन्न

(*c*) प्रतिशत त्रुटि मात्रकहीन होता है

(*d*) त्रुटियों की अपनी इकाइयाँ हैं जो मापी गई भौतिक राशि से भिन्न हैं

44. l मीटर लंबाई वाले एक पतले तांबे के तार की लंबाई 10ºC तक गर्म करने पर 2% बढ़ जाती है। l मीटर लंबाई वाली एक वर्गाकार तांबे की शीट को 10 ºC तक गर्म करने पर क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि क्या है?

(*a*) 4% (*b*) 8%

(*c*) 16% (*d*) 32%

45. एक आयत की लंबाई और चौड़ाई 20 ± 0.2 सेमी और 10 ± 0.1 सेमी है। क्षेत्रफल में प्रतिशत त्रुटि होगी–

(*a*) 1% (*b*) 2%

(*c*) 3% (*d*) 4%

46. एक पाइप के माध्यम से द्रव के प्रवाह की द्रव्यमान दर $\frac{dm}{dt} = \rho A v$ है, जहाँ ρ = घनत्व, A = अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल और v = वेग है। क्षेत्रफल का पाठ्यांक, $A = 10 \pm 0.1\ m^2$ और $v = 30 \pm 0.3$ m/sec है। द्रव्यमान प्रवाह दर के मापन में प्रतिशत त्रुटि ज्ञात कीजिए।

(*a*) 5% (*b*) 2%

(*c*) 8% (*d*) 3.5%

मापक उपकरण

47. वर्नियर केलिपर्स में, वर्नियर स्केल के दस विभाजन मुख्य स्केल पर नौ विभाजन की लंबाई के बराबर हैं। यदि मुख्य स्केल पर सबसे छोटा विभाजन आधा मिलीमीटर है, तो वर्नियर स्थिरांक है:

(*a*) 0.5 मिमी (*b*) 0.1 मिमी

(*c*) 0.05 मिमी (*d*) 0.005 मिमी

48. एक वर्नियर केलिपर में वर्नियर स्केल पर 20 विभाजन होते हैं, जो मुख्य स्केल पर 19 विभाजन के साथ संपाती हैं। उपकरण का अल्पतमांक 0.1 मिमी है। मुख्य पैमाने के विभाजन हैं–

(*a*) 0.5 मिमी (*b*) 1 मिमी (*c*) 2 मिमी (*d*) 1/4 मिमी

49. एक वर्नियर केलिपर जिसमें 1 मुख्य स्केल अल्पतमांक = 0.1 सेमी है, को 0.02 सेमी की अल्पतमांक के लिए डिजाइन किया गया है। यदि n वर्नियर स्केल पर विभाजन की संख्या है और m वर्नियर स्केल की लंबाई है, तब–

(*a*) $n = 10, m = 0.5$ सेमी (*b*) $n = 9, m = 0.4$ सेमी

(*c*) $n = 10, m = 0.8$ सेमी (*d*) $n = 10, m = 0.2$ सेमी

50. एक स्क्रूगेज की पिच (चूड़ी अंतराल) 0.05 सेमी है। खोखले सिलेंडर के कितने चक्करों में पेंच सीधी रेखा में 0.35 सेमी आगे बढ़ेगा?

(*a*) 7 (*b*) 10 (*c*) 15 (*d*) 14

51. प्रयोगशाला में एक छात्र स्क्रूगेज का उपयोग करके तार की मोटाई मापता है। पाठ्यांक 1.22 मिमी, 1.23 मिमी, 1.19 मिमी, 1.20 मिमी हैं। माप में प्रतिशत त्रुटि है।

(*a*) 2.20% (*b*) 1.24%

(*c*) 2.85% (*d*) 3.52%

प्रबल (JEE MAIN स्तरीय)

1. निम्न में से कौन सा ऊर्जा का मात्रक नहीं है?

(*a*) वाट-घंटा (*b*) इलेक्ट्रॉन-वोल्ट

(*c*) $N \times m$ (*d*) $kg \times m/sec^2$

2. यदि a और b दो भौतिक राशियाँ हैं जिनकी विमाएँ अलग-अलग हैं, तो निम्न में से कौन सी एक नई भौतिक राशि को दर्शा सकती है?

(*a*) $a + b$ (*b*) $a - b$ (*c*) a/b (*d*) $e^{a/b}$

3. भौतिक राशि $P = P_0 \exp(-\alpha t^2)$ की समय निर्भरता जहाँ α एक स्थिरांक है और t समय है स्थिरांक α

(*a*) विमाविहीन होगा

(*b*) की विमा T^{-2} होंगे

(*c*) की विमा P के समान होगी

(*d*) की विमा P की विमा को T^{-2} से गुणा करने पर बराबर होगी

4. निम्नलिखित राशियों में से किस युग्म की विमाएँ एक दूसरे से भिन्न हैं?

(*a*) आवेग और रैखिक संवेग

(*b*) प्लैंक स्थिरांक और कोणीय संवेग

(*c*) जड़त्व आघूर्ण और बल आघूर्ण

(*d*) यंग गुणांक और दाब

5. वह भौतिक राशि क्या है जिसकी विमा $[M L^2 T^{-2}]$ हैं?

(*a*) गतिज ऊर्जा (*b*) दाब

(*c*) संवेग (*d*) शक्ति

6. यदि E, M, J और G क्रमशः ऊर्जा, द्रव्यमान, कोणीय संवेग और गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक को दर्शाते हैं, तब $\frac{EJ^2}{M^5G^2}$ की विमा निम्न की विमा है–

(*a*) लंबाई (*b*) कोण

(*c*) द्रव्यमान (*d*) समय

7. समय 't' पर एक कण की स्थिति संबंध $x(t)\ \frac{V_0}{\alpha}[1 - e^{-\alpha t}]$ द्वारा व्यक्त की जाती है, जहाँ V_0 एक स्थिरांक है और $\alpha > 0$ है। V_0 और α की विमाएँ क्रमशः हैं।

(*a*) $M^0L^1T^0$ और T^{-1}

(*b*) $M^0L^1T^0$ vkSj T^{-2}

(*c*) $M^0L^1T^{-1}$और T^{-1}

(*d*) $M^0L^1T^{-1}$और T^{-2}

8. यदि बल (F), $F = Pt^{-1} + \alpha t$ द्वारा व्यक्त किया जाता है, जहाँ t समय है। P का मात्रक वही है जो ________ का मात्रक है–

(*a*) वेग (*b*) विस्थापन

(*c*) त्वरण (*d*) संवेग

25. पृथ्वी के चारों ओर परिक्रमा करने वाले उपग्रह के लिए, इसका कक्षीय वेग (v_0) पृथ्वी का द्रव्यमान M, पृथ्वी की त्रिज्या R और सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक G पर निर्भर पाया जाता है। कक्षीय वेग आनुपातिक है

(*a*) $G^{-1}M^{1}R^{-1}$ (*b*) $G^{1}M^{1}R^{-1}$
(*c*) $G^{1/2}M^{1/2}R^{-1/2}$ (*d*) इनमें से कोई नहीं

26. वर्नियर केलिपर्स का वर्नियर स्थिरांक 0.1 मिमी है और इसमें शून्यांक त्रुटि - 0.05 सेमी है। एक गोले का व्यास मापते समय, मुख्य पैमाने का पाठ्यांक 1.7 सेमी है और संपाती वर्नियर विभाजन 5 है। सही व्यास $n \times 10^{-2}$ सेमी होगा। n ज्ञात करें।

(*a*) 180 (*b*) 220 (*c*) 160 (*d*) 200

27. किसी विशेष प्रणाली में, लंबाई, द्रव्यमान और समय की मात्रक क्रमश: 10 सेमी, 10 ग्राम और 0.1 सेकंड चुनी गई है। इस प्रणाली में बल का मात्रक निम्न के तुल्य होगा–

(*a*) 1/10 N (*b*) 1 N (*c*) 10 N (*d*) 100 N

28. उप-परमाणु भौतिकी में, एक विशिष्ट तरंगदैर्घ्य λ को द्रव्यमान m के कण के साथ जोड़ा जाता है। यदि $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ (h प्लैंक स्थिरांक है) और c प्रकाश की चाल है, तो निम्न में से कौन-सा व्यंजक सबसे अधिक सही होने की संभावना है? (सूत्र $E = hf$ का उपयोग करें)

(*a*) $\lambda = \dfrac{hc}{m}$ (*b*) $\lambda = \dfrac{\hbar}{mc^2}$ (*c*) $\lambda = \dfrac{m\hbar}{c}$ (*d*) $\lambda = \dfrac{\hbar}{mc}$

29. दिया गया है कि $ln(\alpha/p\beta) = \alpha z/k_B\theta$ जहाँ दाब है, z दूरी है, k_B बोल्ट्ज़मान स्थिरांक है तथा θ तापमान है। β की विमाएँ निम्न में से होगी हैं-(उपयोगी सूत्र: ऊर्जा = k_B × ताप)

(*a*) $L^0M^0T^0$ (*b*) $L^1M^{-1}T^2$
(*c*) $L^2\ M^0\ T^0$ (*d*) $L^{-1}M^1T^{-2}$

30. समुद्र तल पर भौगोलिक अक्षांश पर g की निर्भरता $g = g_0(1 + \beta\sin^2\phi)$ है जहाँ ϕ अक्षांश कोण है और β एक विमाहीन स्थिरांक है। यदि Δg, g के मापन में त्रुटि है, तो अक्षांश कोण के मापन में त्रुटि है–

(*a*) शून्य (*b*) $\Delta\phi = \dfrac{\Delta g}{g_0\beta\sin(2\phi)}$
(*c*) $\Delta\phi = \dfrac{\Delta g}{g_0\beta\cos(2\phi)}$ (*d*) $\Delta\phi = \dfrac{\Delta g}{g_0}$

31. मान लीजिए $y = l^2 - \dfrac{l^3}{z}$ जहाँ l = 2.0 ± 0.1, z = 1.0 ± 0.1, तो y का मान होगा–

(*a*) –4 ± 1.6 (*b*) –4 ± 2.4
(*c*) –4 ± 0.8 (*d*) इनमें से कोई नहीं

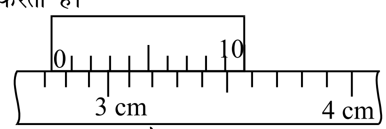
32. एक छात्र ने स्टॉप वॉच का उपयोग किया, जिसका अल्पतमांक = 0.01 सेकंड था, तथा उसने एक लोलक का आवर्तकाल T_1 = 8.01 s तथा T_2 = 8.41 s मापी, तो आवर्तकाल (सेकंड में) का सबसे अच्छा मापन है–

(*a*) 8.2 ± 0-2 (*b*) 8.41 ± 0.2
(*c*) 8.21 ± 0-01 (*d*) 8.41 ± 0.01

33. दाब (P), लंबाई (L) और वेग (V) को मूल राशियाँ मान लें। श्यानता गुणांक (η) की विमा हैं

(*a*) $[PL^{-1}V]$ (*b*) $[PLV^{-1}]$
(*c*) $[P^{-2}LV^{-1}]$ (*d*) $[PL^{-1}V^{-2}]$

34. आरेख वर्नियर केलिपर्स के एक युग्म के वर्नियर स्केल का हिस्सा प्रदर्शित करता है।



कौन सा पाठ्यांक सही है?

(*a*) 2.74 cm (*b*) 3.10 cm
(*c*) 3.26 cm (*d*) 3.64 cm

परीक्षित (JEE ADVANCED स्तरीय)

एकाधिक सही प्रकार के प्रश्न

1. सही कथन चुनें।
(*a*) सभी राशियों को आधार राशियों के पदों में विमीयरूप से दर्शाया जा सकता है।
(*b*) आधार राशि को शेष आधार राशियों के पदों में विमीयरूप से नहीं दर्शाया जा सकता है।
(*c*) अन्य आधार राशियों में आधार राशि की विमा हमेशा शून्य होती है।
(*d*) किसी व्युत्पन्न राशि की विमा किसी भी आधार राशि में कभी शून्य नहीं होता है।

2. विमा $[ML^{-1}T^{-2}]$ निम्न के संगत हो सकता है
(*a*) किसी बल द्वारा किया गया कार्य
(*b*) रैखिक संवेग
(*c*) दाब
(*d*) प्रति एकांक आयतन ऊर्जा

3. एक छात्र उत्सुकता से रेसनिक और हैलीडे को चुनता है और भौतिकी के अपने नए ज्ञान का उपयोग करके पुस्तक के अंत में दिए गए उत्तरों को समझने की कोशिश करता है। वह चार उत्तरों को चिह्नित करता है। निम्नलिखित में से किस राशि में A के मात्रक कोणीय गति के समान हैं?

उपयोगी सूत्र, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$, E ऊर्जा को निरूपित करता है, l लंबाई को निरूपित करता है c प्रकाश के वेग को निरूपित करता है, f आवृत्ति को निरूपित करता है और t समय को निरूपित करता है।

(*a*) $\dfrac{1}{2}mv^2 = Af$ (*b*) $\Delta p = \dfrac{2A\omega}{v}\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$
(*c*) $\sin(kl) = k\sqrt{\dfrac{A^2}{2mE}}$ (*d*) $t = Al$

पूर्णांक प्रकार के प्रश्न

24. जल के नीचे विस्फोट से गैस का बुलबुला, $P^a d^b E^c$ के समानुपाती अवधि के साथ दोलन करता है, जहाँ P स्थैतिक दाब है, d घनत्व है और E विस्फोट की कुल ऊर्जा है।

$a + b + c$ का मान ज्ञात कीजिए।

25. एक कृत्रिम उपग्रह द्रव्यमान M और त्रिज्या R वाले ग्रह के चारों ओर त्रिज्या r की एक वृत्ताकार कक्षा में चक्कर लगा रहा है। एक सामान्य केंद्रीय पिंड के चारों ओर उपग्रह की अवधि के लिए केप्लर के तीसरे नियम से, कक्षा की त्रिज्या r का घन परिक्रमण काल T के वर्ग के समानुपाती होता है। इसका मतलब है कि $r^3 = kT^2$; यहाँ k का मान ग्रह के द्रव्यमान M, इसकी त्रिज्या R और सार्वभौमिक गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक G पर निर्भर करता है। यदि $k \propto G^x$ है, तो x ज्ञात कीजिए।

26. एक समीकरण में एक राशि A दिखाई देती है।

दाब $= \dfrac{Ae^{-Af/kT}}{B}$

T तापमान, 'f' आवृत्ति और 'k' बोल्ट्ज़मान स्थिरांक को दर्शाता है। B की विमा $[B] = [M^a L^b T^c]$, के रूप में व्यक्त किया जाता है तब $a + b + c$ का मान ज्ञात करें?

एकल सही प्रकार के प्रश्न

27. एक अज्ञात राशि 'α' को $\alpha = \dfrac{2ma}{\beta}\log\left(1+\dfrac{2\beta\ell}{ma}\right)$ के रूप में व्यक्त किया जाता है, जहाँ m = द्रव्यमान, a = त्वरण, l = लंबाई है। α का मात्रक है–

(a) s^{-1} (b) m/s (c) m/s^2 (d) मीटर

28. t सेकंड के दौरान एक समान ट्यूब से गुजरने वाले जल का आयतन V, नली की अनुप्रस्थ काट क्षेत्र A और जल के वेग v से संबंध $V = A^\alpha v^\beta t^\gamma$ द्वारा संबंधित है। निम्नलिखित में से कौन सा सत्य होगा?

(a) $\alpha > \beta = \gamma$ (b) $\alpha = \beta = \gamma$

(c) $\beta = \gamma$ (d) $\alpha \neq \beta \neq \gamma$

29. एक प्रक्षेप्य को समान क्षैतिज स्तर पर दुश्मन के इलाके की ओर प्रक्षेपित किया जाना है। प्रक्षेप्य का प्रारंभिक वेग 100 ± 1 मीटर/सेकेंड माना जाता है। प्रक्षेप्य का प्रारंभिक कोण क्षैतिज के साथ 45° ± 1° माना जाता है। प्रक्षेप्य की संभावित सीमा (परास) क्या है?

(a) $990 \text{ m} \le R \le 1010 \text{ m}$

(b) $980 \text{ m} \le R \le 1020 \text{ m}$

(c) $970 \text{ m} \le R \le 1030 \text{ m}$

(d) $930 \text{ m} \le R \le 970 \text{ m}$

30. समुद्र तल पर भौगोलिक अक्षांश पर g की निर्भरता $g = g_0(1 + \beta\sin^2\varphi)$ द्वारा दी गई है जहाँ φ अक्षांश कोण है और β एक विमाहीन स्थिरांक है। यदि g के मापन में त्रुटि Δg है तो अक्षांश कोण के मापन में त्रुटि है–

(a) शून्य (b) $\Delta\phi = \dfrac{\Delta g}{g_0\beta\sin(2\phi)}$

(c) $\Delta\phi = \dfrac{\Delta g}{g_0\beta\cos(2\phi)}$ (d) $\Delta\phi = \dfrac{\Delta g}{g_0}$

पिछले वर्षों के प्रश्न

1. गुप्त ऊष्मा का विमीय सूत्र है: **(JEE Main 2024)**

(a) $[M^0LT^{-2}]$ (b) $[MLT^{-2}]$

(c) $[M^0L^2T^{-2}]$ (d) $[ML^2T^{-2}]$

2. समीकरण $\left(P+\dfrac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT$ में ab^{-1} का विमीय सूत्र क्या है, जहाँ अक्षरों का अपना सामान्य अर्थ है। **(JEE Main 2024)**

(a) $[M^0L^3T^{-2}]$ (b) $[ML^2T^{-2}]$

(c) $[M^{-1}L^5T^3]$ (d) $[M^6L^7T^4]$

3. एक धातु के तार की त्रिज्या (r), लंबाई (i) और प्रतिरोध (r) को प्रयोगशाला में मापा गया, $r=(0.35\pm0.05)\text{cm}, R=(100\pm10)$ ohm, $l=(15\pm0.2)\text{cm}$

तार के पदार्थ की प्रतिरोधकता में प्रतिशत त्रुटि है: **(JEE Main 2024)**

(a) 25.6% (b) 39.9%

(c) 37.3% (d) 35.6%

4. यदि 50 वर्नियर डिवीजन (अंशांकन) एक चल सक्ष्मदर्शी 49 मुख्य पैमाने के डिवीजनों के बराबर हैं और मुख्य पैमाने का एक सबसे छोटा पाठ्यांक 0.5 mm हैं, तो चल सक्ष्मदर्शी का वर्नियर स्थिरांक है: **(JEE Main 2024)**

(a) 0.1 mm (b) 0.1 cm

(c) 0.01 cm (d) 0.01 mm

5. कोई भौतिक राशि P क्रम प्रकार दी गई है:

$$P=\frac{a^2b^3}{c\sqrt{d}}$$

a, b, c एवं d को मापने में हुई प्रतिशत त्रुटि क्रमशः 1%, 2%, 3% एवं 4% है। राशि P को मापने में हुई प्रतिशत त्रुटि होगी:

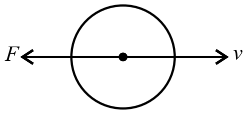
(JEE Adv. 2023)

(a) 12% (b) 14%

(c) 16% (d) 13%

एकल सही प्रकार के प्रश्न

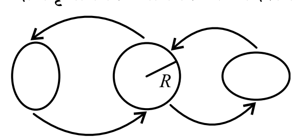
1. एक निश्चित तरल पदार्थ में, माप से पता चलता है कि कर्षण बल F वस्तु के वेग v के समानुपाती है, जो 3/2 की घात में है: $F \propto v^{3/2}$



यदि त्रिज्या r_1 और r_2 के दो गोले समान वेग से एक ही तरल पदार्थ में घूम रहे हैं, तो वे क्रमशः कर्षण बल F_1 और F_2 का अनुभव करेंगे। यदि $r_2 = 4r_1$ है, तो $\frac{F_2}{F_1}$. ज्ञात करें (द्रव का घनत्व r है और श्यानता का गुणांक η है)

(*a*) 2 (*b*) 4 (*c*) 6 (*d*) 8

2. अंतरिक्ष स्टेशन पर तैरती पानी की एक छोटी बूंद आमतौर पर पृष्ठ तनाव के कारण गोलाकार होती है जो कुछ नियमित समय अंतराल T R के साथ दीर्घवृत्ताकार आकार में बदलती रहती है।



क्रमशः त्रिज्या r_1 और r_2 वाली पानी की बूंदों के लिए दो दोलन काल T_1 और T_2 का अनुपात $\frac{T_2}{T_1}$ ज्ञात करें, जहाँ $r_2 = 2r_1$ है। मान लें कि अंतरिक्ष स्टेशन पर कोई कृत्रिम गुरूत्व मौजूद नहीं है।

(*a*) 2 (*b*) 4

(*c*) $\sqrt{2}$ (*d*) $2\sqrt{2}$

3. ब्रिटिश भौतिक विज्ञानी जी.आई. टेलर एक लोकप्रिय पत्रिका में प्रकाशित चित्रों को देखकर पहले परमाणु बम की E के समतुल्य ऊर्जा का अनुमान लगाने में सक्षम थे। चित्रों से यह स्पष्ट रूप से स्थापित हुआ कि समय $t = 0.006$s के बाद, बादल की त्रिज्या $r \simeq 80$ m थी। यदि वायु का घनत्व $\rho = 1.2$ kg/m^2 है, तो टेलर द्वारा अनुमानित ऊर्जा थी–

(*a*) 10^{14} J (*b*) 10^{10} J

(*c*) 10^{16} J (*d*) 10^{8} J

4. एक निश्चित ड्रोन मंडराने में सक्षम है यदि यांत्रिक शक्ति इनपुट P_1 है। यदि एक सटीक प्रतिकृति बनाई जाती है जहाँ सभी रैखिक विमाएँ दोगुने हो गए हैं, तो यांत्रिक आउटपुट की नई शक्ति P_2 है–

(*a*) $2^{5/2}P_1$ (*b*) $2^{3/2}P_1$

(*c*) $2^{7/2}P_1$ (*d*) $2^{1/2}P_1$

5. ब्रह्माण्ड विज्ञान में, इकाइयों की ज्यामितीय प्रणाली (GU) का उपयोग किया जाता है, जहाँ हम मानते हैं कि

$G = c = 1$

ज्यामितीय मात्रक में कोणीय संवेग L_{GU} को m^2 में मापा जाता है। कोणीय संवेग के लिए ज्यामितीय मात्रक और SI मात्रक के बीच रूपांतरण के लिए हमें एक रूपांतरण कारक की आवश्यकता होती है, ताकि निम्नलिखित संबंध सत्य हो

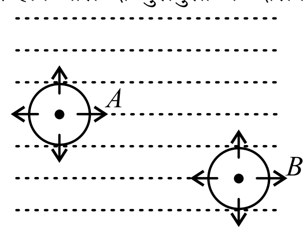
$L_{SI} = c^x G^y L_{GU}$

x और y का मान ज्ञात करें

(*a*) 3, –1 (*b*) –1, 3

(*c*) 2, –3 (*d*) –2, 3

6. समान मात्रा के दो विस्फोटक जल के नीचे दो अलग-अलग स्थानों A और B पर फटते हैं, जहाँ द्रव स्थैतिक दाब क्रमशः P_A और P_B ($P_B = 1.3\ P_A$) हैं। जल के नीचे विस्फोट के कारण होने वाला एक खोखला स्थान कुछ नियमित आवर्त काल T के साथ विस्तारित और संकुचित होता है जो खोखले बुलबुले के आकार पर निर्भर नहीं करता है। यह मानते हुए कि खोखले स्थानों का आकार विस्फोट A और B की गहराई से बहुत छोटा है, अनुपात x निर्धारित करें जिसे $x = \frac{T_B}{T_A}$ के रूप में परिभाषित किया गया है जहाँ T_B और T_A क्रमशः स्थान A और B पर होने वाले दो बुलबुलों के दोलन का आवर्त काल हैं।



(*a*) 0.2 (*b*) 0.5 (*c*) 0.8 (*d*) 0.4

7. एक स्क्रू गेज की पिच 1 मिमी है और इसकी टोपी 100 डिवीजनों में विभाजित है। जब इसके स्टड के बीच कुछ भी नहीं रखा जाता है, तो वृत्ताकार पैमाने का शून्य चिन्ह् संदर्भ रेखा से 4 डिवीजन ऊपर होता है। जब इसके स्टड के बीच एक तार रखा जाता है, तो मुख्य पैमाने का पाठ्यांक 2 मिमी होती है और वृत्ताकार पैमाने का 56वाँ विभाजन संदर्भ रेखा के साथ संपाती है। यदि तार की लंबाई 10.5 सेमी है, तो तार का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (सेमी^{2} में) सही सार्थक आंकड़ों में ज्ञात करें।

(*a*) 8.50 सेमी^{2} (*b*) 8.54 सेमी^{2}

(*c*) 8.58 सेमी^{2} (*d*) 9.00 सेमी^{2}

8. मान लीजिए कि आप तीन स्वतंत्र चरों को $x = 10.0 \pm 0.2$, $y = 7.0 \pm 0.1$, $\theta = 40.0 \pm 0.3°$ के रूप में मापते हैं और इन मानों का उपयोग $q = \frac{x+2}{x + y\cos 4\theta}$ की गणना करने के लिए करते हैं। q

PHYSICS WALLAH

प्रयास
JEE

- परमाणु की संरचना
- रसायन विज्ञान की कुछ मूलभूत अवधारणाएँ
- रेडॉक्स अभिक्रिया
- तत्वों का वर्गीकरण एवं गुणधर्मों में आवर्तिता
- रासायनिक आबंधन तथा आण्विक संरचना
- पदार्थ की अवस्थाएँ

रसायन विज्ञान

MODULE 1

अध्याय

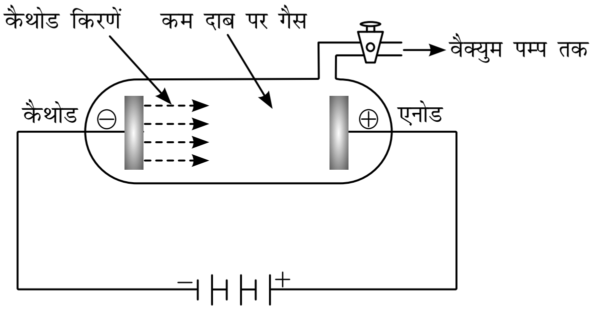
1 परमाणु की संरचना

परिचय

डाल्टन के अनुसार, किसी भी परमाणु को पदार्थ के उस साधारण कण के रूप में परिभाषित किया जा सकता है, जो रासायनिक अभिक्रिया में भाग ले सकता है। कई नई परिघटनाएँ प्रकाश में लाई गई तथा प्राकृतिक संसार के बारे में मानव की सोच में एक क्रान्तिकारी परिवर्तन आया। वैद्युत तथा स्पेक्ट्रम जैसी परिघटनाओं की खोज से प्रयोगों को सफल करने में एकमूलभूत परिवर्तन के लिए रास्ते खुल गये। उसने निष्कर्ष निकाला परमाणु तीन कणों से मिलकर बना होता है– इलेक्ट्रॉन, प्रोट्रॉन व न्यूट्रॉन, इन कणों को मूलभूत कण कहते हैं।

मौलिक कण

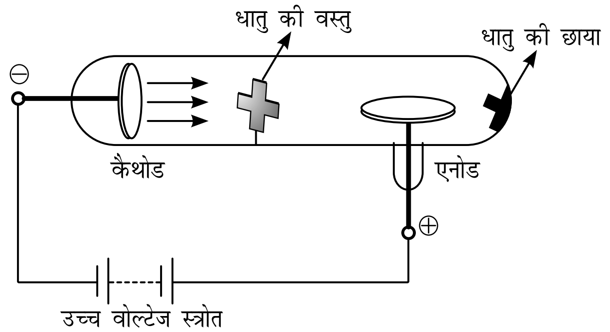
कैथोड किरणें: इलेक्ट्रॉन की खोज



जूलियस प्लकर ने 1859 में एक विसर्जन नलिका में निम्न दाब (10^{-4} वायुमण्डलीय दाब) पर गैसों से विद्युत के चालन का अध्ययन प्रारम्भ किया कि जब इलेक्ट्रॉडों के मध्य 10,000 वोल्ट या अधिक का विभव लगाते है, तो कुछ अदृश्य किरणें ऋणात्मक इलेक्ट्रोड से धनात्मक इलेक्ट्रोड की ओर जाती है, इन किरणों को कैथोड किरणे कहते है।

किरणों के गुण

(*i*) ये किरणे कैथोड से तीव्र गति से, सीधे पथ पर चलती है तथा मार्ग में उपस्थित वस्तु का छाया निर्माण करती है।



(*ii*) कैथोड किरणें यांत्रिकी प्रभाव उत्पन्न करती हैं। यदि इलेक्ट्रॉनों के बीच छोटे पेडल व्हील को रखा जाता है, तो यह घूर्णन करता है। यह इंगित करता है कि कैथोड किरणों में ऊर्जा है।

(*iii*) जब विसर्जन नलिका में कैथोड किरणों पर विद्युत व चुम्बकीय क्षेत्र लगाया जाता है तो कैथोड किरणें इस तरह से विक्षेपित होती है, जिससे यह ज्ञात होता कि वे ऋणात्मक आवेशित कणों से बनी है। इन्हीं ऋणात्मक आवेशित कणों को इलेक्ट्रॉन कहते है।

(*iv*) जब कैथोड, किरणे, एनोड के आगे ZnS की स्क्रीन पर टकराती है, तो हरा प्रकाश उत्पन्न होता है।

(*v*) एल्यूमिनियम तथा धातु की पतली परतों को कैथोड किरणें भेद सकती हैं।

(*vi*) कैथोड किरणे फोटाग्राफी प्लेट को प्रभावित करती है।

(*vii*) नलिका में प्रयुक्त गैस के अनुसार सभी कैथोड किरणों के ऋणात्मक आवेशित कण के आवेश (e) तथा भार (m) का अनुपात स्थिर होता है।

$e/m = 1.7588 \times 10^{11}$ C/kg

अत: यह निष्कर्ष निकलता है कि इलेक्ट्रॉन सभी परमाणुओं का मूलभूत अवयव है।

इलेक्ट्रॉन के गुण

(*a*) इलेक्ट्रॉन पर आवेश का पहला सटीक माप रॉबर्ट ए. मिलिकन ने 1909 में तेल की बूंद प्रयोग द्वारा किया था। इसका मान -1.6022×10^{-19} कूलम्ब पाया गया।

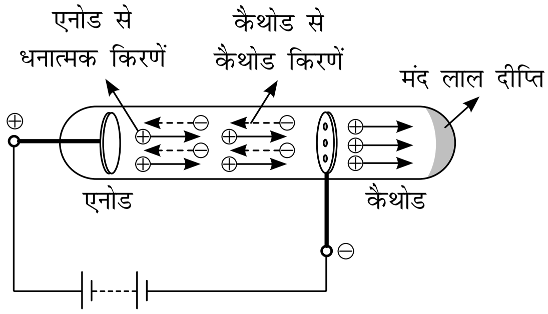
(*b*) e/m का मान 1.7588×10^{11} C/kg पाया गया है।

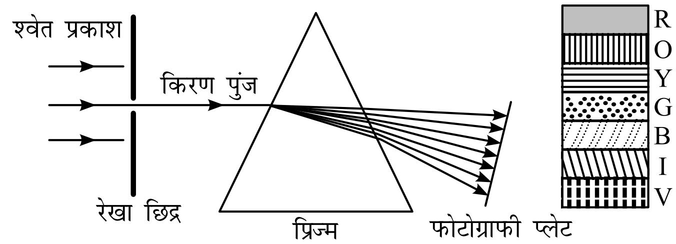
(*c*) इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान (9.1096×10^{-31} Kg) e/m के मान और इलेक्ट्रॉन के आवेश के मान से गणना की जा सकती है।

(*d*) इलेक्ट्रॉन का मोलर द्रव्यमान 5.48×10^{-4} g/mole है

एनोड किरणों: प्रोटोन की खोज

गोल्डस्टीन ने (1886) में विसर्जन नलिका में उच्च विभव को लगाकर यह देखा कि कुछ किरणें एनोड से कैथोड की तरफ जाती है तथा दीवार के पीछे टकराकर मन्द लाल प्रतिदिप्ती उत्पन्न करती है, इन्हें ही एनोड किरणें कहते हैं।





असंतत स्पेक्ट्रम

यह दो प्रकार का होता है:

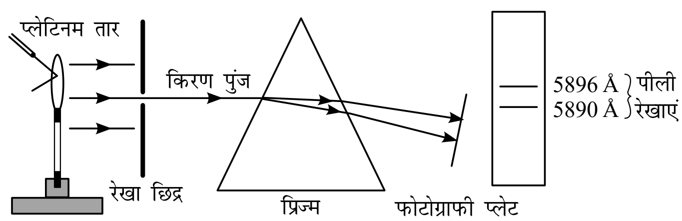
(*i*) **बैंड स्पेक्ट्रम:** बैंड स्पेक्ट्रम में रंगीन सतत बैंड होते हैं जो कुछ अदीप्त क्षेत्र द्वारा अलग किए जाते हैं।

आम तौर पर आण्विक स्पेक्ट्रम बैंड स्पेक्ट्रम होते हैं।

(*ii*) **रेखीय स्पेक्ट्रम:** यह विशेष तरंगदैर्घ्य की रेखाओं की क्रमबद्ध व्यवस्था है जो अदीप्त क्षेत्र द्वारा अलग की जाती हैं जैसे हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम। रेखीय स्पेक्ट्रम परमाणुओं से प्राप्त किया जा सकता है।

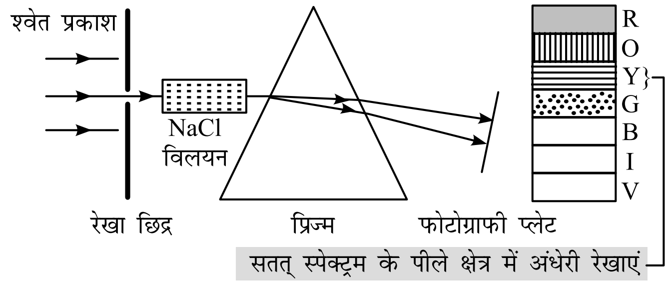
रेखीय स्पेक्ट्रम

जब किसी वाष्पशील लवण (जैसे सोडियम क्लोराइड) को बुन्सेन ज्वाला में रखा जाता है या अल्प दाब पर विद्युत विसर्जित एक गैस से गुजारा जाता है, तो उत्सर्जित प्रकाश पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।
यह पाया कि सतत् स्पेक्ट्रम प्राप्त नहीं होता परन्तु प्रत्येक फोटोग्राफी प्लेट पर कुछ अँधेरी जगह द्वारा विलगित कुछ रंगीन रेखाएं प्राप्त होती है। इस स्पेक्ट्रम को रेखीय स्पेक्ट्रम या रेखीय उत्सर्जन स्पेक्ट्रम कहते है।



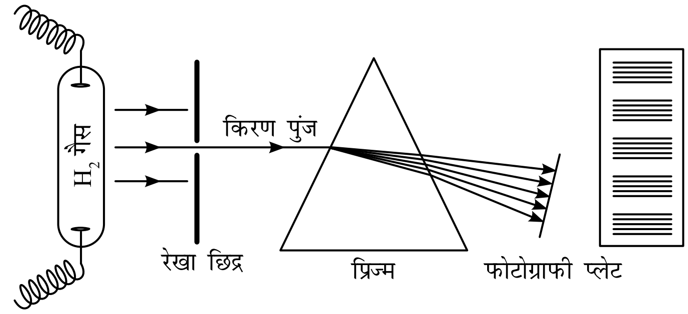
अवशोषण स्पेक्ट्रम

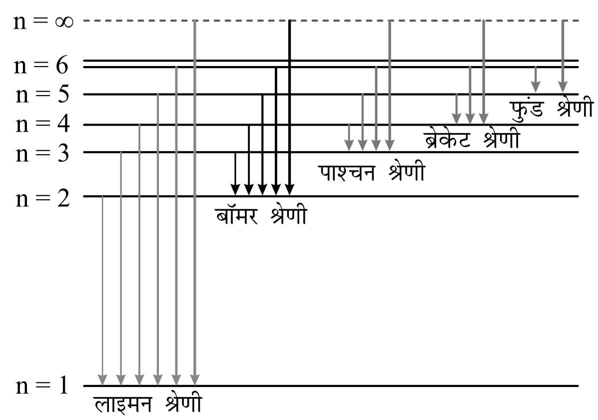
जब श्वेत प्रकाश को किसी रासायनिक पदार्थ के विलयन या वाष्प से गुजारा जाता हे तथा इसका स्पेक्ट्रोमीटर के द्वारा अध्ययन किया जाता है, तब यह पाया जाता है कि कुछ काली रेखायें प्राप्त होती है अन्यथा स्पेक्ट्रम सतत् है। इस काली रेखा को इस प्रकार समझा जा सकता है कि जब श्वेत प्रकाश (जिसमें सभी तरंगदैर्ध्य उपस्थित है) को किसी रासायनिक पदार्थ से गुजारते है तो कुछ निश्चित तरंगदैर्ध्य का अवशोषण हो जाता है, यह पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।



हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम का उत्सर्जन

जब हाइड्रोजन गैस को अल्प दाब पर विसर्जन नलिका में लेते है तथा विद्युत विसर्जन को प्रवाहित करने पर प्रकाश उत्सर्जित होता है और इसका परीक्षण एक स्पेक्ट्रोस्कोप से करते है, तो प्राप्त स्पेक्ट्रम को हाइड्रोजन का उत्सर्जन स्पेक्ट्रम कहते है।





हाइड्रोजन परमाणु की स्पेक्ट्रम रेखाएँ

श्रेणी	n_1	$n_2 > n_1$	स्पेक्ट्रम का क्षेत्र	
लाइमन	1	2,3,...∞	पराबैंगनी	$(2\to1)H_\alpha$, $(3\to1)H_\beta$ एवं इसी प्रकार
बामर	2	3,4,...∞	दृश्य	$(3\to2)H_\alpha$, $(4\to2)H_\beta$ एवं इसी प्रकार
पाश्चन	3	4,5,...∞	अवरक्त	$(4\to3)H_\alpha$, $(5\to3)H_\beta$ एवं इसी प्रकार
ब्रेकेट	4	5,6,...∞	अवरक्त	$(5\to4)H_\alpha$, $(6\to4)H_\beta$ एवं इसी प्रकार
फुंड	5	6,7,...∞	अवरक्त	$(6\to5)H_\alpha$, $(7\to5)H_\beta$ एवं इसी प्रकार
हम्फरी	6	7,8,...∞	अवरक्त	$(7\to6)H_\alpha$, $(8\to6)H_\beta$ एवं इसी प्रकार

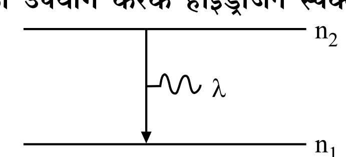
$\frac{n(n-1)}{2} =$ स्पेक्ट्रम रेखाओं की अधिकतम संख्या जब इलेक्ट्रॉन nवी कक्षा से मूल अवस्था में वापस लौटता है।

n_2 और n_1 के बीच उत्सर्जन रेखाओं की कुल संख्या

$$= \frac{(n_2 - n_1)(n_2 - n_1 + 1)}{2}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \bar{v} = R_H\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right] \times Z^2$$

बोहर मॉडल का उपयोग करके हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम की व्याख्या



उपपरमाण्विक कणों, परमाणु मॉडल, नाभिक की खोज

1. परमाणु के कुल आयतन के सापेक्ष नाभिक द्वारा घेरे गए आयतन का अंश है:
(*a*) 10^{-15} (*b*) 10^{-5}
(*c*) 10^{-30} (*d*) 10^{-10}

2. जब एनोड किरणों के प्रयोग के लिए विसर्जन नलिका में लिथियम वाष्प भरी गई, तो एनोड किरणों में केवल Li^+ आयन (A = 7, Z = 3) पाए गए। इसलिए, एनोड किरणों के प्रत्येक कण में
(*a*) केवल 1 प्रोटॉन होता है।
(*b*) केवल 3 प्रोटॉन और 4 न्यूट्रॉन होते हैं।
(*c*) 3 प्रोटॉन, 4 न्यूट्रॉन और 2 इलेक्ट्रॉन होते हैं।
(*d*) 3 प्रोटॉन, 3 न्यूट्रॉन और 3 इलेक्ट्रॉन होते हैं।

3. कैथोड किरण के लिए e/m का अनुपात:
(*a*) विसर्जन नलिका में गैस के साथ बदलता रहता है।
(*b*) स्थिर रहता है।
(*c*) अलग-अलग इलेक्ट्रोड के साथ बदलता रहता है।
(*d*) हाइड्रोजन लेने पर अधिकतम होता है।

4. रदरफोर्ड के α-कणों के प्रकीर्णन पर प्रयोग ने पहली बार दिखाया कि परमाणु में होते है:
(*a*) इलेक्ट्रॉन (*b*) प्रोटॉन
(*c*) न्यूट्रॉन (*d*) नाभिक

5. जब अल्फा कणों को एक पतली धातु की पन्नी के माध्यम से भेजा जाता है, तो उनमें से अधिकांश सीधे पन्नी से होकर निकल जाते हैं क्योंकि:
(*a*) अल्फा कण इलेक्ट्रॉनों की तुलना में बहुत भारी होते हैं।
(*b*) अल्फा कण धनात्मक रूप से आवेशित होते हैं।
(*c*) परमाणु का अधिकांश भाग खाली स्थान होता है।
(*d*) अल्फा कण बहुत अधिक वेग से चलते हैं।

6. द्विपरमाणुक गैस A_2 के 1 मोल में क्रमश: 32 और 36 मोल इलेक्ट्रॉन और न्यूट्रॉन होते हैं। तत्व का निरूपण है
(*a*) ${}_{32}A^{68}$ (*b*) ${}_{16}A^{34}$
(*c*) ${}_{16}A^{18}$ (*d*) ${}_{32}A^{36}$

7. न्यूट्रॉन की खोज बहुत देर से हुई क्योंकि:
(*a*) यह नाभिक में उपस्थित होता है।
(*b*) यह एक मूलभूत कण है।
(*c*) यह गति नहीं करता है।
(*d*) यह कोई आवेश नहीं रखता है।

8. एनोड किरणों के e/m का उच्चतम मान तब देखा गया है जब विसर्जन नलिका में भरा जाता है:
(*a*) डाइनाइट्रोजन (*b*) डाइऑक्सीजन
(*c*) डाइहाइड्रोजन (*d*) हीलियम

प्रकाश का क्वांटम सिद्धांत और प्रकाश विद्युत् प्रभाव

9. अस्पतालों में इस्तेमाल किए जाने वाले MRI (चुंबकीय अनुनाद प्रतिबिंबन) शरीर स्कैनर 400 मेगाहर्ट्ज रेडियो आवृत्ति के साथ काम करते हैं। इस रेडियो आवृत्ति के अनुरूप तरंगदैर्घ्य है:
(*a*) 0.75 m (*b*) 0.75 cm
(*c*) 1.5 m (*d*) 2 cm

10. 242 nm तरंगदैर्घ्य के विद्युत चुम्बकीय विकिरण सोडियम परमाणुओं को आयनित करने के लिए पर्याप्त हैं। तो kJ mol^{-1} में सोडियम की आयनीकरण ऊर्जा है:
(*a*) 494.65 (*b*) 400
(*c*) 247 (*d*) 600

11. 40 W का एक बल्ब 80% दक्षता के साथ 620 nm तरंगदैर्घ्य का प्रकाश उत्पन्न करता है, तो 20 सेकंड में बल्ब द्वारा उत्सर्जित फोटॉनों की संख्या है:

($1eV = 1.6 \times 10^{-19}$ J, hc = 12400 eV Å):
(*a*) 2×10^{18} (*b*) 10^{18}
(*c*) 10^{21} (*d*) 2×10^{21}

12. λ तरंगदैर्घ्य का प्रकाश कार्य फलन h_c/λ_0 वाली धातु पर आपतित होता है। प्रकाश विद्युत प्रभाव केवल तभी होगा जब:
(*a*) $\lambda \geq \lambda_0$ (*b*) $\lambda \geq 2\lambda_0$
(*c*) $\lambda \leq \lambda_0$ (*d*) $\lambda \leq \lambda_0/2$

13. एक प्रकाश जिसकी आवृत्ति 6×10^{14} Hz हर्ट्ज के बराबर है, एक धातु पर आपतित होती है जिसका कार्य फलन 2 eV ($h = 6.626 \times 10^{-34}$ Js, $1\ eV = 1.6 \times 10^{-19}$ J) है। उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम ऊर्जा होगी:
(*a*) 2.49 eV (*b*) 4.49 eV
(*c*) 0.49 eV (*d*) 5.49 eV

14. एक 600 W पारा लैंप 331.3 nm तरंगदैर्घ्य का एकवर्णी विकिरण उत्सर्जित करता है। प्रति सेकंड लैंप से कितने फोटॉन उत्सर्जित होते हैं?

($h = 6.626 \times 10^{-34}$ Js, प्रकाश का वेग $= 3 \times 10^8\ ms^{-1}$)
(*a*) 1×10^{19} (*b*) 1×10^{20}
(*c*) 1×10^{21} (*d*) 1×10^{23}

15. जब धातु की प्लेट पर आपतित प्रकाश की आवृत्ति को देहली आवृत्ति से दोगुना कर दिया जाता है, तो उत्सर्जित फोटोइलेक्ट्रॉनों की K.E. होगी:
(*a*) दोगुनी
(*b*) आधी
(*c*) बढ़ी हुई लेकिन पिछली K.E. से दोगुनी से अधिक
(*d*) अपरिवर्तित

48. 2s-कक्षक में इलेक्ट्रॉन का कक्षीय कोणीय संवेग है:

(*a*) $+\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$ (*b*) शून्य

(*c*) $\frac{h}{2\pi}$ (*d*) $\sqrt{2}\frac{h}{2\pi}$

49. Cl^- आयन में अंतिम इलेक्ट्रॉन के लिए ℓ और m का संभावित मान है:

(*a*) 1 और 2 (*b*) 2 और + 1

(*c*) 3 और –1 (*d*) 1 और –1

50. एक इलेक्ट्रॉन के लिए, n = 3 वाले उपकोश में केवल एक त्रिज्य नोड होता है। इलेक्ट्रॉन का कक्षीय कोणीय संवेग होगा:

(*a*) 0 (*b*) $\sqrt{6}\frac{h}{2\pi}$

(*c*) $\sqrt{2}\frac{h}{2\pi}$ (*d*) $3\left(\frac{h}{2\pi}\right)$

परमाणु का क्वांटम यांत्रिक मॉडल, श्रोडिंगर तरंग समीकरण और कक्षीय अवधारणा

51. 1s-कक्षक में अधिकतम त्रिज्य संभावना उस दूरी पर होती है जब: [r_0 = बोहर त्रिज्या]

(*a*) $r = r_0$ (*b*) $r = 2r_0$

(*c*) $r = \frac{r_0}{2}$ (*d*) $2r = \frac{r_0}{2}$

52. d_{xy} कक्षक में इलेक्ट्रॉन मिलने की अधिकतम संभावना है:

(*a*) x-अक्ष के अनुदिश

(*b*) y-अक्ष के अनुदिश

(*c*) x और y अक्ष से 45º के कोण पर

(*d*) x और y अक्ष से 90º के कोण पर

53. $3p_y$ कक्षक में ______नोडल तल है:

(*a*) XY (*b*) YZ

(*c*) ZX (*d*) ये सभी

54. श्रोडिंगर मॉडल के अनुसार परमाणु में इलेक्ट्रॉन की प्रकृति है:

(*a*) केवल कण

(*b*) केवल तरंग

(*c*) कण और तरंग प्रकृति एक साथ

(*d*) कभी तरंग और कभी कण

55. निम्नलिखित कथनों पर विचार करें:

(A) $3d_{x^2-y^2}$ कक्षक में XY तल में इलेक्ट्रॉन घनत्व शून्य है।

(B) $3d_{z^2}$ कक्षक में XY तल में इलेक्ट्रॉन घनत्व शून्य है।

(C) 2s कक्षक में एक गोलाकार नोडल है।

(D) $2p_z$ कक्षक के लिए, XY नोडल तल है।

इनमें से कौन सा कथन गलत है?

(*a*) A और C

(*b*) D और C

(*c*) केवल B

(*d*) A, B

56. श्रोडिंगर तरंग समीकरण के अनुमेय समाधान ने केवल .... क्वांटम संख्याओं का विचार दिया।

(*a*) 4 (*b*) 3

(*c*) 2 (*d*) 1

प्रबल (JEE MAIN स्तरीय)

1. तरंगदैर्घ्य (λ) का एक प्रकाश स्रोत एक धातु को प्रकाशित करता है और $(K.E.)_{max}$ = 1 eV के साथ फोटो-इलेक्ट्रॉनों को बाहर निकालता है। तरंगदैर्घ्य λ/3 का एक अन्य प्रकाश स्रोत, उसी धातु से $(K.E.)_{max}$ = 5eV के साथ फोटोइलेक्ट्रॉनों को बाहर निकालता है। कार्य फलन का मान ज्ञात करें।

(*a*) 1 eV (*b*) 2 eV

(*c*) 0.5 eV (*d*) इनमें से कोई नहीं

2. ऊर्जा स्तर (कक्षा संख्या n) में ऊर्जा X के साथ एक एकल इलेक्ट्रॉन स्पीशीज को अतिरिक्त ऊर्जा प्रदान की गई ताकि वह ऊर्जा Y के साथ उच्च ऊर्जा स्तर पर पहुंच जाए। यदि यह इन दो ऊर्जा स्तरों के बीच वि-उत्तेजना पर छह अलग-अलग तरंगदैर्घ्य के विकिरण उत्सर्जित कर सकता है, तो सही संबंध है:

(*a*) $\frac{X}{Y} = (n-1)^2$ (*b*) $\frac{X}{Y} = 1+\frac{3}{n}$

(*c*) $\sqrt{\frac{X}{Y}} = 1+\frac{3}{n}$ (*d*) $\frac{X}{Y} = 1+\frac{n}{3}$

3. Be^{3+} आयन की आद्य अवस्था में उपस्थित इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा को निम्न द्वारा दर्शाया जाता है:

(*a*) $+\frac{e^2}{\pi\epsilon_0 r}$

(*b*) $-\frac{e}{\pi\epsilon_0 r}$

(*c*) $-\frac{e^2}{\pi\epsilon_0 r^2}$

(*d*) $-\frac{e^2}{\pi\epsilon_0 r}$

4. मान लें कि υ_1 लाइमन श्रृंखला की श्रृंखला सीमा की आवृत्ति है, υ_2 लाइमन श्रृंखला की प्रथम रेखा की आवृत्ति है, और υ_3 बाल्मर श्रृंखला की श्रृंखला सीमा की आवृत्ति है:

(*a*) $u_1 - u_2 = u_3$ (*b*) $u_2 - u_1 = u_3$

(*c*) $u_3 = 1/2\ (u_1 - u_3)$ (*d*) $u_1 + u_2 = u_3$

40. हाइड्रोजन परमाणु की आयनीकरण ऊर्जा 13.6 eV दी गई है। एक फोटॉन हाइड्रोजन परमाणु पर गिरता है जो शुरू में आद्य अवस्था में होता है और इसे $(n = 4)$ अवस्था में उद्दीप्त करता है। फोटॉन की तरंगदैर्ध्य (nm में) की गणना करें।

41. जब एक निश्चित धातु को $4.0 \times 10^{16}\ s^{-1}$ आवृत्ति के प्रकाश से विकिरणित किया गया, तो उत्सर्जित फोटोइलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा धातु के साथ उत्सर्जित फोटोइलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा से तीन गुना अधिक थी, जिसे $2.0 \times 10^{16}\ s^{-1}$ आवृत्ति के प्रकाश से विकिरणित किया गया था। धातु की क्रांतिक आवृत्ति (10^6 में v_0) की गणना करें।

42. He^+ आयन में एक इलेक्ट्रॉन आद्य अवस्था में होता है। यह अगली उच्चतर अवस्था में जाने के लिए उद्दीप्त होता है। उद्दीप्त अवस्था से आद्य अवस्था की परिधि का अनुपात _______ है।

43. H-जैसी स्पीशीज ने लाइमन श्रृंखला की प्रथम रेखा के अनुरूप एक फोटॉन उत्सर्जित किया। फोटॉन ने आद्य अवस्था में He^+ से एक फोटोइलेक्ट्रॉन मुक्त किया। फोटोइलेक्ट्रॉन की डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य 2 Å है। H-जैसी स्पीशीजों की परमाणु संख्या की गणना करें।.

44. हाइड्रोजन परमाणुओं के एक नमूने में, इलेक्ट्रॉन 10वीं उद्दीप्त अवस्था से आद्य अवस्था में आ जाते हैं। यदि x विभिन्न पराबैंगनी विकिरणों की संख्या है, y विभिन्न दृश्य विकिरणों की संख्या है और z विभिन्न अवरक्त विकिरणों की संख्या है। $z - (x + y)$ का मान ज्ञात करें। [मान लें कि सभी बाल्मर रेखाएँ दृश्य क्षेत्र में स्थित हैं]

परीक्षित (JEE ADVANCED स्तरीय)

एकल सही प्रकार के प्रश्न

1. हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन पहले दूसरी उद्दीप्त अवस्था से पहली उद्दीप्त अवस्था में और फिर पहली उद्दीप्त अवस्था से आद्य अवस्था में आता है। दोनों मामलों में फोटॉनों की तरंगदैर्ध्य, गति और ऊर्जा का अनुपात x, y और z मान लें, फिर गलत उत्तर चुनें:

(*a*) $z = 1/x$ (*b*) $x = 9/4$

(*c*) $y = 5/27$ (*d*) $z = 5/27$

2. 4×105 C/kg के बराबर $\frac{e}{m}$ अनुपात वाले एक कण को 20 वोल्ट के विभवांतर से विराम अवस्था से त्वरित किया जाता है। कण की गति है:

(*a*) 4.0 m/s (*b*) 4000 km/s

(*c*) 4000 cm/s (*d*) 4000 m/s

3. 3s-कक्षक के लिए, ψ का मान निम्नलिखित संबंध द्वारा दिया जाता है:

$$\psi(3s) = \frac{1}{9\sqrt{3}}\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2}(6 - 6\sigma + \sigma^2)e^{-\sigma/2}; \text{ जहाँ, } \sigma = \frac{2r \cdot Z}{3a_0}$$

नाभिक से नोड की अधिकतम त्रिज्य दूरी क्या है?

(*a*) $\frac{(3+\sqrt{3})a_0}{Z}$ (*b*) $\frac{a_0}{Z}$

(*c*) $\frac{3}{2}\frac{(3+\sqrt{3})a_0}{Z}$ (*d*) $\frac{2a_0}{Z}$

4. त्रिज्य भाग $R(r) = \frac{1}{9\sqrt{6}a_0^{3/2}}\left(\frac{6r}{a_0} - \frac{r^2}{a_0^2}\right)e^{-r/3a_0}$ किस कक्षक को दर्शाता है:

(*a*) 3s (*b*) 3d

(*c*) 3p (*d*) 2s

5. बोहर कक्षा में इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग J है। उस बोहर कक्षा में इलेक्ट्रॉन का K.E क्या होगा?

(*a*) $\frac{1}{2}\frac{Jv}{r}$ (*b*) $\frac{Jv}{r}$ (*c*) $\frac{J^2}{2m}$ (*d*) $\frac{J^2}{2r}$

6. सही कथन चुनें:

(*a*) सभी विद्युत चुम्बकीय विकिरण निर्वात में प्रकाश की गति से यात्रा करते हैं।

(*b*) UV प्रकाश के फोटॉनों की ऊर्जा पीली रोशनी की तुलना में कम होती है।

(*c*) He^+ और H का स्पेक्ट्रम समान होता है।

(*d*) एकइलेक्ट्रॉनिक स्पीशीज में इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा शून्य से अधिक होती है।

7. कौन सा कथन **सही** है:

(*a*) H-परमाणु की क्रमिक कक्षाओं में उपस्थित इलेक्ट्रॉन से जुड़े कोणीय संवेग में अंतर $(n-1)\frac{h}{2\pi}$ है।

(*b*) ऊर्जा स्तरों के बीच ऊर्जा अंतर बदल जाएगा यदि अनंत पर PE को शून्य के अलावा कोई अन्य मान दिया जाए।

(*c*) H-परमाणु में वर्णक्रमीय रेखा की आवृत्ति $(2 \to 1) < (3 \to 1) < (4 \to 1)$ के क्रम में होती है।

(*d*) नाभिक से दूर जाने पर इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा बढ़ जाती है।

एकाधिक सही प्रकार के प्रश्न

8. कौन से कथन सही हैं?

(*a*) हुंड का नियम अपभ्रष्ट कक्षकों से संबंधित है।

(*b*) पॉली अपवर्जन सिद्धांत बताता है कि एक ही कक्षक में केवल दो इलेक्ट्रॉन ही मौजूद हो सकते हैं और इन इलेक्ट्रॉनों का चक्रण विपरीत होना चाहिए।

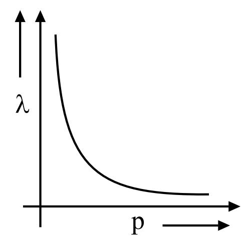
(*c*) परमाणु की आद्य अवस्था में, कक्षक $(n + l)$ मान के बढ़ने के आधार पर भरे जाते हैं।

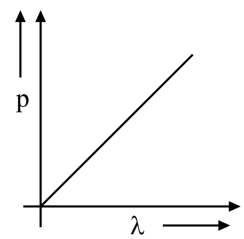
(*d*) मुख्य क्वांटम संख्या 'n' वाले उपकोश में इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम संख्या $2n^2$ के बराबर होती है।

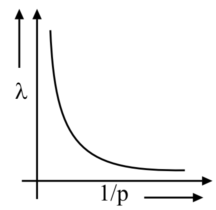
पिछले वर्षों के प्रश्न

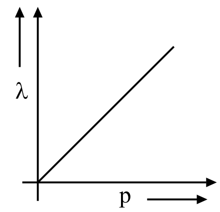
1. डी-ब्रॉग्ली द्वारा पदार्थ के तरंग-कण द्वैत के अनुसार, निम्नलिखित में से कौन सा ग्राफ इलेक्ट्रॉन की तरंग दैर्ध्य (λ) और इलेक्ट्रॉन के संवेग (p) के बीच सबसे उपयुक्त संबंध प्रस्तुत करता है?

[01 Feb, 2024 (Shift-I)]

(*a*) 

(*b*) 

(*c*) 

(*d*) 

2. रुबिडियम परमाणु (Z = 37) के संयोजकता इलेक्ट्रॉन के लिए चार क्वांटम संख्याओं का सही समूह है: **[29 Jan, 2024 (Shift-I)]**

(*a*) $5, 0, 0 + \frac{1}{2}$ (*b*) $5, 0, 1 + \frac{1}{2}$

(*c*) $5, 1, 0 + \frac{1}{2}$ (*d*) $5, 1, 1 + \frac{1}{2}$

3. पोटेशियम (परमाणु क्रमांक 19) की सबसे बाहरी कक्षा में इलेक्ट्रॉन के लिए चार क्वांटम संख्याएँ हैं **[31 Jan, 2024 (Shift-II)]**

(*a*) $n = 4, l = 2, m = -1, s = +\frac{1}{2}$

(*b*) $n = 4, l = 0, m = 0, s = +\frac{1}{2}$

(*c*) $n = 3, l = 0, m = 1, s = +\frac{1}{2}$

(*d*) $n = 2, l = 0, m = 0, s = +\frac{1}{2}$

4. एक बहुइलेक्ट्रॉन प्रणाली के लिए क्वांटम संख्याओं के निम्नलिखित सेटों की ऊर्जाओं की तुलना करें। **[9 April, 2024 (Shift-I)]**

(A) n = 4, 1 = 1
(B) $n = 4, l = 2$
(C) $n = 3, l = 1$
(D) $n = 3, l = 2$
(E) n = 4, 1 = 0

नीचे दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर चुनें:

(*a*) (B) > (A) > (C) > (E) > (D)
(*b*) (E) > (C) < (D) < (A) < (B)
(*c*) (E) > (C) > (A) > (D) > (B)
(*d*) (C) <(E) < (D) < (A) < (B)

5. किसी कृष्णिका (Black body) के संदर्भ में, निम्न में से असत्य कथनों की संख्या है: **[JEE Main 2023]**

(*a*) विद्युत चुम्बकीय विकिरण के रूप में उर्जा को उत्सर्जित या अवशोषित करती है।

(*b*) उत्सर्जित विकिरण का आवृत्ति वितरण तापमान पर निर्भर करता है।

(*c*) किसी दिए गए तापमान पर, तीव्रता अ आवृत्ति वक्र एक उच्चिष्ठ मान से होकर गुजरता है।

(*d*) तीव्रता vs आवृत्ति वक्र का उच्चिष्ठ, निम्न तापमान की तुलना में, उच्च तापमान पर उच्च आवृत्ति पर होता है

6. नीचे दो कथन दिए गये हैं:-

कथन-I: हाइड्रोजन परमाणु के बोर मॉडल के अनुसार, किसी स्थायी कक्षा में इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग क्वांटीकृत है।

कथन-II: बोर कक्षा में इलेक्ट्रॉन की संकल्पना, हाइजेनबर्ग के अनिश्चितता सिद्धांत का पालन नहीं करता है।

उपर्युक्त कथनों के संदर्भ में, नीचे दिए गये विकल्पों में से सर्वाधिक उपयुक्त उत्तर चुनें: **[JEE Main 2023]**

(*a*) कथन-I एवं कथन-II दोनों सही हैं।

(*b*) कथन-I एवं कथन-II दोनों गलत हैं।

(*c*) कथन-I सही है परंतु कथन-II गलत है।

(*d*) कथन-I गलत है परंतु कथन-II सही है।

7. इलेक्ट्रॉनों के निम्न युग्मों पर विचार करें: **[JEE Main 2022]**

(A) (*a*) $n = 3,\ 1 = 1,\ m_1 = 1,\ m_s = +\frac{1}{2}$

(*b*) $n = 3,\ 1 = 2,\ m_1 = 1,\ m_s = +\frac{1}{2}$

(B) (*a*) $n = 3,\ 1 = 2,\ m_1 = -2,\ m_s = -\frac{1}{2}$

(*b*) $n = 3,\ 1 = 2,\ m_1 = -1,\ m_s = -\frac{1}{2}$

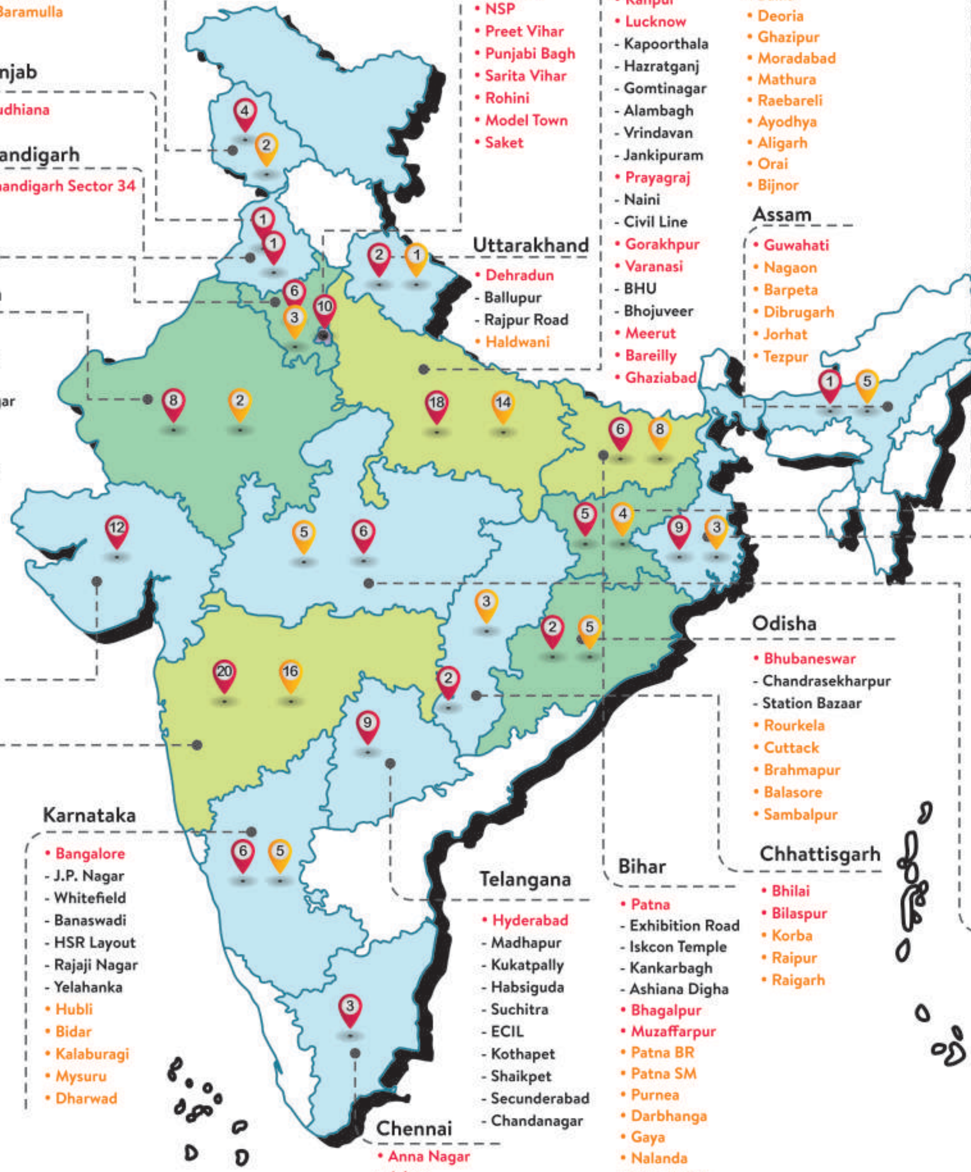
(C) (*a*) $n = 4,\ 1 = 2,\ m_1 = 2,\ m_s = +\frac{1}{2}$

(*b*) $n = 3,\ 1 = 2,\ m_1 = 2,\ m_s = +\frac{1}{2}$

8. जब एक हाइड्रोजन परमाणु का उत्तेजित इलेक्ट्रॉन $n = 5$ से आद्य अवस्था में आता है तो प्रेक्षित उत्सर्जित रेखाओं की अधिकतम संख्या __________ है। **[JEE Main 2022]**

VIDYAPEETH Is Now Present In 140+ Cities Across India

IIT-JEE | NEET | FOUNDATION



Jammu & Kashmir
- Srinagar
  - Rajbagh
  - Barzulla
- Jammu
  - Paloura
  - Channi Rama
- Anantnag
- Baramulla

Haryana
- Faridabad
- Panchkula
- Hisar
- Rohtak
- Gurugram
  - South City
  - Sector 16
- Narnaul
- Sonipat
- Sirsa

Punjab
- Ludhiana

Chandigarh
- Chandigarh Sector 34

Delhi
- Janakpuri
- Kalusarai
- Dwarka
- NSP
- Preet Vihar
- Punjabi Bagh
- Sarita Vihar
- Rohini
- Model Town
- Saket

Uttar Pradesh
- Noida
  - Block C
  - Gaur City
- Greater Noida
- Kanpur
- Lucknow
  - Kapoorthala
  - Hazratganj
  - Gomtinagar
  - Alambagh
  - Vrindavan
  - Jankipuram
- Prayagraj
  - Naini
  - Civil Line
- Gorakhpur
- Varanasi
  - BHU
  - Bhojuveer
- Meerut
- Bareilly
- Ghaziabad
- Agra
- Indrapuram
- Jhansi
- Jaunpur
- Ballia
- Deoria
- Ghazipur
- Moradabad
- Mathura
- Raebareli
- Ayodhya
- Aligarh
- Orai
- Bijnor

Jharkhand
- Ranchi
  - Harmu
  - Lalpur
  - Hinoo
- Bokaro
- Dhanbad
- Giridih
- Hazaribagh
- Jamshedpur
- Deoghar

Uttarakhand
- Dehradun
  - Ballupur
  - Rajpur Road
- Haldwani

Assam
- Guwahati
- Nagaon
- Barpeta
- Dibrugarh
- Jorhat
- Tezpur

Gujarat
- Surat
  - Adajan
  - Vesu
- Bothra
  - Dahod
  - Satellite
- Bharuch
- Gandhinagar
- Ahmedabad
  - Satellite
  - Maninagar
  - Nikol
  - Gota
- Vadodara
  - Manjalpur
  - Vadiwadi

Rajasthan
- Jaipur
  - Tonk Road
  - RS Circle
  - Pratap Nagar
- Jodhpur
  - Akhaliya
  - Sardarpura
- Kota
- Udaipur
- Sikar
- Alwar
- Nagaur

West Bengal
- Kolkata
  - Gariahat
  - New Town
  - Barrackpore
  - Joka
  - Baruipur
- Malda
- Siliguri
- Durgapur
- Kharagpur
- Murshidabad
- Bardhaman
- Nadia

Odisha
- Bhubaneswar
  - Chandrasekharpur
  - Station Bazaar
- Rourkela
- Cuttack
- Brahmapur
- Balasore
- Sambalpur

Maharashtra
- Pune
  - FC Road
  - Hadapsar
  - Pimpri
  - Kothrud
  - Baner
  - Viman Nagar
- Chhatrapati Sambhajinagar
- Nanded
- Nagpur
- Nashik
- Mumbai
  - Thane
  - Kalyan
  - Andheri
  - Kalyan Palava City
  - Borivali
  - Panvel
  - Juinagar
  - Virar
- Latur
- Akola
- Ahmednagar
- Buldhana
- Amravati
- Baramati
- Beed
- Chandrapur
- Dhule
- Gondia
- Hingoli
- Jalgaon
- Jalna
- Kolhapur
- Satara
- Sangli
- Solapur
- Yavatmal

Karnataka
- Bangalore
  - J.P. Nagar
  - Whitefield
  - Banaswadi
  - HSR Layout
  - Rajaji Nagar
  - Yelahanka
- Hubli
- Bidar
- Kalaburagi
- Mysuru
- Dharwad

Telangana
- Hyderabad
  - Madhapur
  - Kukatpally
  - Habsiguda
  - Suchitra
  - ECIL
  - Kothapet
  - Shaikpet
  - Secunderabad
  - Chandanagar

Chennai
- Anna Nagar
- Adyar
- Medvakkam

Bihar
- Patna
  - Exhibition Road
  - Iskcon Temple
  - Kankarbagh
  - Ashiana Digha
- Bhagalpur
- Muzaffarpur
- Patna BR
- Patna SM
- Purnea
- Darbhanga
- Gaya
- Nalanda
- Samastipur
- Motihari

Chhattisgarh
- Bhilai
- Bilaspur
- Korba
- Raipur
- Raigarh

Madhya Pradesh
- Indore
  - Bhawarkuan
  - MG Road
  - Vijay Nagar
- Bhopal
- Gwalior
- Jabalpur
- Chhatarpur
- Rewa
- Sagar
- Satna
- Chhindwara

VIDYAPEETH | VP PATHSHALA

PHYSICS WALLAH PUBLICATION

Visit Your Vidyapeeth — SCAN ME!

To share Feedback — SCAN ME!

ISBN 978-93-6897-289-1

9 789368 972891

53fafb13-86c1-4f35-851c-46400129f6a8